Investigación en educación matemática y sus fundamentos filosóficos

Andrea López Pineda y Sonia Ursini

Resumen: Existen diferentes posturas en relación con la actividad y naturaleza de las matemáticas. Éstas están implícitas tanto en los programas de investigación en educación matemática como en la práctica docente de esta área del saber. En este trabajo se hace un breve análisis de los discursos filosóficos más prominentes y su relación con algunos de los principales programas de investigación en educación matemática. Finalmente, se reflexiona acerca de cómo impactan dichos discursos en las perspectivas psicopedagógicas que se siguen en la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: filosofía de las matemáticas, naturaleza de las matemáticas, investigación en matemática educativa, enseñanza de las matemáticas.

Abstract: There are different views concerning mathematics activity and the nature of mathematics. These implicitly draw research in mathematics education as well as teaching practice. We present a brief analysis of the soundest philosophical tendencies and their relation with some of the leading research programs in mathematics education. We conclude with a reflection on the impact these philosophical tendencies have on the psycho pedagogical perspectives influencing mathematics teaching.

Keywords: philosophy of mathematics, the nature of mathematics, research in mathematics education, mathematics teaching.

INTRODUCCIÓN

Los estudios en educación matemática tienen entre sus objetivos la búsqueda de estrategias o metodologías que puedan favorecer el aprendizaje de las matemáticas escolares. Las propuestas que emanan de estos estudios implican posiciones

Fecha de recepción: 11 de diciembre de 2006.

filosóficas acerca de la propia naturaleza de las matemáticas que raras veces se hacen explícitas.

El propósito de este ensayo es presentar, de manera muy sintética y sin pretensión de establecer un debate entre ellas, las posiciones filosóficas que subyacen en algunos de los programas de investigación en educación matemática. A partir de ello, y recuperando los discursos de la psicopedagogía, se reflexiona acerca de las posibles implicaciones para la enseñanza de esta disciplina.

POSTURAS EN FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

Varios investigadores, como por ejemplo Ernest (1994, 1996, 2004), Moslehian (2003, 2004), Handal (2003), Alemán (2001), Sierpinska y Lerman (1996) y Tymoczko (1994), entre otros, han reflexionado desde la perspectiva de la educación matemática acerca de las distintas posturas filosóficas que hay en relación con la naturaleza de las matemáticas.

A partir de los trabajos de estos investigadores, se pueden ubicar esencialmente dos grandes tendencias filosóficas acerca de la naturaleza de las matemáticas: las así denominadas modernistas y las posmodernistas. Siguiendo a Handal (2003), Ernest (1994), Skovsmose (1996) y Alemán (2001), podríamos situar entre las tendencias modernistas las posturas *absolutistas, fundacionalistas, modernas, monológicas y descriptivistas*; mientras que entre las tendencias posmodernistas estarían las posturas *falibilistas* y *cuasi-empiricistas,* el *posmodernismo,* las *dialógicas* y las *no descriptivistas*. Daremos a continuación una breve descripción de cada una de ellas.

APROXIMACIONES MODERNISTAS

Dentro de este grupo se sitúan las posturas *absolutistas, fundacionalistas, modernas, monológicas* y *descriptivistas*. Todas ellas comparten una posición dominante hasta mediados del siglo XX, a saber, que las matemáticas expresan verdades cuya certeza no puede ser objetada. Esta posición se sustenta de diversas maneras, dependiendo de la particularidad de cada corriente, y la distinción radica esencialmente en el aspecto que se destaca.

Así, según Ernest (1994, p. 35), desde las posturas *absolutistas* se considera que:

1. Las bases en las que se funda el conocimiento matemático son verdaderas y seguras.
2. Se pueden lograr deducciones enteramente fiables a partir de premisas explícitas.
3. Se tiene como ideal lograr un conocimiento matemático basado en pruebas impecables.
4. Las propiedades lógicas de las pruebas matemáticas son suficientes para establecer el conocimiento matemático sin necesidad de la mediación social.

Estas posturas, expresa Ernest (1994), tienen un carácter eminentemente monológico y están fundadas en la racionalidad cartesiana y el modernismo.

Por otra parte, el *fundacionalismo,* siempre siguiendo a Ernest (1994), incluye el *logicismo,* el *formalismo* y el *intuicionismo,* movimientos muy populares en la primera mitad del siglo pasado, que trataron de reconstruir una estructura racional del pensamiento, fuera de todo cuestionamiento, con base en un plan maestro: el paradigma euclidiano. Pero, como señala Ernest (1994), esta aproximación se vio cuestionada, por una parte, por la propia imposibilidad de lograr sus objetivos y, por la otra, por el propio trabajo de los matemáticos que derribaron las limitaciones impuestas por este paradigma.

Handal (2003), por su parte, describe el *logicismo* como una forma de realismo platónico, en el cual las matemáticas son vistas como un conjunto de dominios abstractos que existen externamente a la creación humana. Los conceptos pueden reducirse a propiedades abstractas que pueden derivarse mediante principios lógicos. Señala que esta postura fue cuestionada, ya que su obsesión por un estricto razonamiento lógico deja fuera a la intuición y la conjetura, las cuales parecen ser poderosas generadoras del pensamiento creativo.

Por otra parte y siguiendo a Handal (2003), el *formalismo* comparte con el logicismo el punto de vista lógico; sin embargo, considera que el conocimiento matemático se genera también a través de la manipulación de símbolos, operaciones prescritas por un conjunto de reglas y fórmulas, las cuales son aceptadas apriorísticamente.

Por último, el *intuicionismo* concibe el conocimiento matemático como el resultado de una actividad mental regulada por leyes naturales.

La denominación de visiones o aproximaciones *monológicas* o *dialógicas,* propuesta por Ernest (1994), surge empleando la metáfora de la conversación. Este autor considera que su adopción tiene un fundamento doble: el primero se basa en la suposición de Wittgenstein de que "las formas de vida" son compartidas por las personas a través de actividades en común que actúan sobre el mundo, ontológicamente primitivas, una condición *sine qua non* de la vida humana; el segundo considera que el discurso y el lenguaje (desplegado en juegos del lenguaje de Wittgenstein) desempeñan un papel esencial en la génesis, adquisición, comunicación, formulación y justificación de virtualmente todo el conocimiento, incluido el matemático.

De manera particular, la visión monológica asume que las pruebas matemáticas se basan en una fundación única y firme, y que ni la conversación ni el diálogo o la dialéctica son necesarios.

Cabe señalar que Skovsmose (1994, pp. 203-205) afirma que la postura piagetiana cae dentro de esta aproximación monológica, ya que el desarrollo del pensamiento, y específicamente del pensamiento matemático, obedece a lo que Piaget denomina la abstracción reflexiva o reflexionante, que el sujeto epistémico realiza de manera aislada y no requiere la comunicación con otros. Ello implica que la fuente del desarrollo del conocimiento es la deducción por el racionalismo y la inducción por el empirismo. De esta manera el constructivismo de Piaget viene a ser monólogico. No obstante, otros autores, como por ejemplo Handal (2003), argumentan que la posición constructivista caería dentro de las posturas falibilistas o cuasi empíricas.

En lo que respecta al *modernismo,* se puede señalar que surge con la filosofía cartesiana, en la cual se privilegia la razón para tener acceso al conocimiento. Esta propuesta se constituye en una búsqueda de algo que pueda sustentar la verdad del conocimiento. En esta línea, Kant (1724-1804) proponía que la lógica racional era el fundamento de la verdad, y su propuesta sostuvo, y a su vez consolidó, los principios lógicos aristotélicos.

Según Moslehian (2004, p. 3), las posturas modernas o modernistas tienen como componentes: *a)* su racionalismo, es decir, que el conocimiento puede lograrse mediante la razón; *b)* su empirismo, que indica que el conocimiento puede lograrse mediante el método científico; y *c)* su materialismo, que se refiere a la creencia en un universo puramente físico. Componentes derivados de las propuestas cartesianas y kantianas.

Por otra parte, Alemán (2001, pp. 15-45) argumenta que las posturas *descriptivistas,* las cuales coinciden en algunos aspectos con posturas modernas, conciben las entidades matemáticas como existentes de suyo, independientemente del hombre; están en la naturaleza, en el mundo circundante o en otro plano de realidad, por ello son susceptibles de conocerse.

Dentro de los descriptivistas se encuentran los que asumen una posición platónica, considerando que las matemáticas constituyen una realidad abstraída, no perceptible por los sentidos, sino accesible mediante una facultad especial de la razón denominada "intuición intelectual". Esto es, las entidades matemáticas no existen en nuestro mundo sino en un mundo insustancial.

También entre las aproximaciones descriptivistas existen propuestas que consideran que las matemáticas tienen una existencia propia dentro de nuestra realidad material. A éstas se les puede denominar empiristas y, dentro de éstas, existen dos posiciones, como señala Alemán (2001), el empirismo radical, entre cuyos principales representantes se encuentran Maddy (1980) y T. Tymoczko (1991), y el empirismo holista, sostenido por Quine (1962).

APROXIMACIONES POSMODERNISTAS

En el siglo XX surgen una serie de cuestionamientos en torno a la tendencia absolutista y fundacionalista de la matemática, los cuales permiten el desarrollo de otros enfoques de la naturaleza y del modo de proceder de la matemática. Estas posturas, como señala Ernest (1994, pp. 33-34), provienen de un grupo de "inconformes", como Lakatos (1976, 1978), Aspray y Kitcher (1988), Davis y Hersh (1980) y Wittgenstein (1956), entre otros. Ello dio origen a nuevas perspectivas denominadas de diversas maneras: *posmodernas, cuasi empiricistas, dialógicas, falibilistas, no descriptivistas,* etcétera.

Ernest (1994, p. 34) señala que estas aproximaciones cambian e intentan eliminar algunas de las dicotomías tradicionales propuestas en la filosofía de las matemáticas, incluidas:

1. La afirmación de que el conocimiento matemático es *a priori* como opuesto de *a posteriori*.
2. La afirmación de que el conocimiento matemático es analítico como opuesto a sintético, en el sentido kantiano, y que es de naturaleza lógica.
3. La afirmación de que el conocimiento matemático involucra el contexto de justificación como opuesto al contexto de descubrimiento.
4. La afirmación de que las matemáticas son monológicas como opuestas a dialógicas.

Moslehian (2004, pp. 3-5) argumenta que la aproximación *posmoderna* se caracteriza por negar las verdades absolutas basadas en la racionalidad. Igualmente refuta la objetividad, por ende, acepta la ambigüedad y el desorden, va del escepticismo al nihilismo, rechaza el determinismo y el dogmatismo, así como las oposiciones bueno-malo, verdad-ficción y ciencia-mito. Esta posición desestima cualquier confianza ingenua en el progreso.

El conocimiento posmoderno tiene un carácter esencialmente plural, en el sentido de que las interpretaciones diversas, divergentes y contradictorias e inconmensurables se contestan entre sí sin cancelarse mutuamente.

En el caso de las matemáticas, una interpretación posmoderna implica, entre otros aspectos, que el conocimiento matemático ha sido socialmente construido y es aceptado por motivos sociales en lugar de por cualquier sentido de verdad objetiva. Se admiten las contradicciones y paradojas, asimismo se reconoce que el orden no es la base para el conocimiento, ni el desorden es enemigo de la verdad.

El posmodernismo cuestiona la lógica aristotélica cuando ésta afirma que algo puede ser falso o verdadero pero no ambos, y asume una lógica difusa en la cual las decisiones se basan en "grados de verdad" en lugar de en "falso-verdadero". Esta lógica difusa, argumenta Moslehian (2004, p. 4), es más parecida a la forma del razonamiento humano. Según esta perspectiva, el conocimiento se caracteriza por su utilidad y funcionalidad.

Compartiendo estas premisas, el *cuasi empirismo* concibe a las matemáticas como una actividad socialmente construida y, por lo tanto, práctica, falible y situada. Siguiendo a Lakatos (1976), Handal (2003) señala que las matemáticas son una creación humana que surge y es fomentada por la experiencia práctica, siempre creciendo y cambiando, abierta a la revisión. Asimismo, subraya este autor, los métodos son también dependientes del lugar y del tiempo, ya que diferentes culturas y diferentes personas tienen maneras diversas de hacer y validar su conocimiento matemático.

En esta línea de pensamiento, Putnam (1986), citado por Handal (2003), argumenta que el poder de las matemáticas reside no sólo en su habilidad para ir mas allá del dominio de las entidades concretas y en la belleza de sus pruebas, sino en su poder para proporcionar soluciones útiles a la confusión a la que se enfrenta el hombre en su intento de dominar la naturaleza.

Por otra parte, la perspectiva *dialógica,* de la cual, señala Ernest (1994, p. 38), forma parte el *socio-constructivismo,* manifiesta que las matemáticas son dialógicas de diversas maneras, entre ellas:

1. Como una actividad primariamente textual y simbólica, por tanto, las matemáticas son necesariamente dialógicas.

2. La clase sustancial de conceptos y contenidos matemáticos modernos son constitutivamente dialógicos o dialécticos.
3. La dialéctica proporciona los orígenes de la prueba y de la lógica matemática en la Grecia antigua, así como una fundación filosófica para concepciones modernas de lógica y prueba.
4. La epistemología y metodología de las matemáticas pueden ser tenidas en cuenta de una manera explícita y constitutivamente dialéctica, haciendo frente tanto a la justificación del conocimiento matemático objetivo como a la ratificación del conocimiento personal.

En particular, esta última postura se basa fundamentalmente en el trabajo de Wittgenstein (1953, 1978) y Lakatos (1976, 1978). Wittgenstein (1953) ofrece las bases de una teoría social del significado, del conocimiento y de las matemáticas, que se apoyan en "juegos del lenguaje" dialógicos encajados en "formas de vida". Lakatos (1976), por otra parte, ofrece una filosofía multifacética y no completamente formulada de las matemáticas.

Pero el *socioconstructivismo* se incluye también dentro de un programa *falibilista*, al igual que las *matemáticas humanísticas* (Moslehian, 2004 y Brown, 1996, 2002). El humanismo en matemáticas fue introducido por Reuben Hersh (1979) y señala que la realidad matemática no es física ni mental y que las entidades matemáticas no tienen sentido ni existencia más allá de su significado cultural.

Para esta perspectiva, las matemáticas son construidas, no descubiertas, y son contextuales, no fundacionales. Este enfoque explora el lado humano del pensamiento matemático.

Por otra parte, de acuerdo con la clasificación realizada por Alemán (2001, pp. 15-45), las perspectivas *no descriptivistas* consideran las entidades matemáticas como producto de la actividad humana, teniendo en cuenta que sólo existen como obra de la creación del hombre.

Esta postura conlleva, a su vez, una distinción entre los *intuicionistas* y los *convencionalistas*. Para los primeros existe un tipo general de construcciones y para los segundos, entre los que según Alemán (2001) se encuentra Wittgenstein (1956), puede existir una gran variedad de construcciones lógico matemáticas.

A continuación se presenta un cuadro que resume las diferentes posturas, conservando las denominaciones dadas por los autores revisados.

Perspectivas sobre filosofía de las matemáticas

MODERNISTAS

MODERNISMO (Moslehian, 2003)
- Logicismo
- Formalismo
- Intuicionismo
- Platonismo

MONOLÓGICA (Ernest, 1994; Skovsmose, 1996)
- Epistemología genética (Piaget)

ABSOLUTISTA (Ernest, 1996)
- Logicismo
- Formalismo
- Intuicionismo
- Platonismo

FUNDACIONALISTA (Ernest, 1994; Handal, 2003)
- Logicismo
- Formalismo
- Intuicionismo

DESCRIPTIVISTA (Alemán, 2001)
- Platonismo
- Empirismo radical (Maddy, 1980 y Tymozcko, 1991)
- Holista (Quine, 1962)

APECTOS RELEVANTES
- Racionalismo. La lógica racional es el fundamento de la verdad.
- Existe una estructura racional de pensamiento incuestionable basado en un plan lógico maestro: el paradigma euclidiano.
- Empirismo. Se funda en bases verdaderas y seguras.
- Tienen una fundación única y firme, en la que ni la conversación ni el diálogo son necesarios.
- Materialismo. Existencia física o insustancial independiente del hombre.

POSMODERNISTAS

POSMODERNISMO (Moslehian, 2003)
- Humanismo (Reuben Hersch, 1979)

DIALÓGICA (Ernest, 1994; Skovsmose, 1996)
- Filosofía social-constructivista (Lakatos, 1976, 1978; Wittgenstein, 1953, 1978)

FALIBILISTA (Ernest, 1996; Lakatos, 1976)

CUASI EMPIRISMO (Ernest, 1994; Handal, 2003; Lakatos, 1976, 1978)

NO DESCRIPTIVISTAS (Alemán, 2001)
- Intuicionismo (Brown, 1996, 2002)
- Convencionalistas (Wittgenstein, 1956)

ASPECTOS RELEVANTES
- Las matemáticas son esencialmente un fenómeno social, construidas socialmente y, por ende, son prácticas, falibles, situadas.
- Es necesariamente una actividad textual o simbólica es decir, dialógica.
- Acepta contradicciones y paradojas.
- Cuestiona los principios lógicos aristotélicos.
- Las matemáticas pueden ser entonces: una cultura, un sistema social, un lenguaje, una conversación...

Hay que señalar que la discusión entre estas dos grandes corrientes filosóficas sobre la naturaleza de las matemáticas está vigente y difícilmente podríamos negar cualquiera de ellas. Sin embargo, esta discusión no se refleja en las prácticas escolares. Los programas de estudio parecen tender, no a la construcción de nuevos saberes, sino al aprendizaje o reconstrucción de lo ya establecido. Ello se pone en evidencia en la descripción de los programas de la asignatura cuando se señala un conjunto de contenidos y propuestas de estrategias didácticas para cubrirlos, sin mencionar algún espacio para reflexionar o cuestionar dichos contenidos. Por lo tanto, la mayor parte de las prácticas en el aula parecen insertarse más bien en posturas modernas, monológicas, absolutistas, fundacionalistas y descriptivistas.

PROGRAMAS DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y SU RELACIÓN CON LAS POSTURAS EN FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

Al igual que existen diferentes maneras de clasificar los acercamientos a la naturaleza de las matemáticas, también encontramos una diversidad de modos de abordar las investigaciones en educación matemática, los cuales reflejan las distintas posturas filosóficas acerca de las matemáticas. Varios investigadores han clasificado las investigaciones en educación matemática resaltando diferentes aspectos (por ejemplo: Fischbein, 1990; Moslehian, 2003, 2004; Sierpinska y Lerman, 1996; Dossey, 1992, y Ernest, 2004, entre otros). Así, por ejemplo, de acuerdo con la perspectiva de Fischbein (1990), las investigaciones en educación matemática podrían ubicarse en cuatro grandes tendencias:

- La que considera la relación que existe entre procesamiento de información y la manera que tiene el sujeto para pensar, y de ahí las posibles aplicaciones de las computadoras en el aprendizaje de las matemáticas. Esta tendencia analiza, por ejemplo, las semejanzas entre la forma de razonamiento del ser humano y la forma de programar las computadoras.
- La constituida por los que asumen una posición constructivista, que parte fundamentalmente de la postura de Piaget y trata de investigar la manera en la que el individuo construye su propio conocimiento.
- La que contempla la relación que existe entre los distintos aspectos de la actividad matemática, como el formal, el algorítmico y el intuitivo, conside-

rando la intuición como la creencia intrínseca que tiene el sujeto para integrar los conceptos y las operaciones.
- La etnomatemática, que se refiere a la manera en que diversas culturas han generado el conocimiento matemático, sus ideas con respecto a éstas en función de su ideología, costumbres, necesidades etcétera.

Las primeras tres tendencias que plantea Fischbein (1990) reflejan, por sus características, una postura absolutista o modernista. Por el contrario, la tendencia de la etnomatemática abre la posibilidad de comprender las matemáticas enseñadas en la escuela como un producto falible, histórico y culturalmente situado. Esta tendencia estaría, por lo tanto, reflejando una postura posmoderna o falibilista. Es interesante también subrayar que, en las primeras dos tendencias, se asume una posición enfocada al aspecto psicológico, estableciendo una relación entre las posibilidades de conocimiento y las entidades matemáticas, sin mediar aspectos sociales e históricos. En particular, la tendencia cercana al constructivismo piagetiano es de gran relevancia para nosotros, ya que es la propuesta teórica que subyace en los diferentes planes curriculares actuales de México, fundamentalmente en el nivel básico, pero también en algunos correspondientes al nivel medio superior y superior.

Por otra parte, Sierpinska y Lerman (1996) proponen una clasificación de las investigaciones en matemática educativa, denominándolas "epistemologías de la educación matemática", en relación con el enfoque epistemológico que adoptan. Basados en este criterio, estos investigadores distinguen seis tendencias principales:

a) Las investigaciones de corte constructivista. Desde esta perspectiva, se considera que no se enseña, sino que se genera la oportunidad de modificar estructuras de manera que lleguen a ser compatibles con las expectativas y fines del instructor. Para esta postura, la cuestión de autonomía es crucial, contrariamente a una visión tradicionalista que concibe al estudiante de manera pasiva. Conceptos importantes en esta perspectiva son los de estructura y función.

b) Las investigaciones que asumen una visión sociocultural. Partiendo de la teoría vigotskiana, se considera que el mundo y los individuos son producto de su tiempo y lugar y que la conciencia, elemento fundamental de este enfoque, se forma mediante la mediación de herramientas que son expresiones del momento histórico y cultural.

c) Las investigaciones que se ocupan de la epistemología y de la teoría de la instrucción. Éstas tienen como objeto de estudio el conocimiento y su funcionamiento en un "sujeto arbitrario". Consideran que el conocimiento depende de un sistema cognitivo que puede ser el de un sujeto individual, el de una cultura o cualquier sistema que pueda asignar un significado a un objeto o a un evento.

Estas tres primeras tendencias podrían ubicarse dentro de posturas filosóficas modernas, absolutistas, ya que aun cuando aluden a la construcción del conocimiento, como es el caso de la primera, y a la cultura y a la producción del conocimiento en función del tiempo y lugar, en el segundo caso, argumentan la existencia de un proceso de desarrollo del intelecto, que pareciera estar fuera de dichas limitaciones culturales e históricas.

d) Las investigaciones que asumen una perspectiva interaccionista. Se considera que las interacciones no sólo son útiles en el desarrollo, sino que interacción y desarrollo son inseparables. Las matemáticas son vistas como un tipo particular de discurso, son un modo de ver el mundo y pensar sobre él, rechazando el lenguaje como representación, asumido por los constructivistas, así como la visión de herramienta cultural de Vigotsky.

e) Las investigaciones que adoptan una aproximación basada en la epistemología del significado. En éstas se asume una reflexión sobre la naturaleza de los conceptos matemáticos, referidos a los procesos y condiciones de su desarrollo. Para esta visión, el problema fundamental es la comunicación de significados matemáticos, en cuanto que el significado es una tríada de pensamiento, palabras y cosas.

Estas dos últimas perspectivas parecen abrir la posibilidad de considerar la naturaleza del quehacer matemático desde una posición más cercana a las posturas posmodernas, falibilistas o dialógicas.

f) Las investigaciones sustentadas por la aproximación antropológica de la didáctica francesa. En ellas se incluyen tanto la "antropología del conocimiento" y la "transposición didáctica" de Chevallard como la teoría de las situaciones de Brousseau.

Si bien esta postura ha tenido gran relevancia dentro del campo de la educación matemática, no aborda de manera particular la naturaleza de la matemática. Antes bien, parece considerar la existencia de este saber, y su preocupación fundamental se dirige a los problemas que conlleva su didáctica.

Existen además dos aproximaciones al estudio de la educación matemática que no se consideran en las clasificaciones mencionadas arriba. Una se refiere a la educación crítica de las matemáticas (Skovsmose y Nielsen, 1996) y otra a la educación humanística de las matemáticas (Brown, 1996).

La educación crítica de la matemática considera que las matemáticas desempeñan un papel crucial en el desarrollo social y tecnológico, que la educación matemática mantiene igualmente un papel crítico en la distribución del poder y bienestar, y señala que, si la discusión en educación matemática se reduce a cuestiones de contenido, entonces tanto las matemáticas como la educación matemática actuarán ciegamente (Skovsmose y Nielsen, 1996, p. 1260).

Algunos aspectos que conciernen a esta visión son:

a) La ciudadanía identifica la enseñanza como una preparación de los estudiantes para formar parte activa de la vida política.
b) Las matemáticas pueden servir como una herramienta para analizar e identificar los aspectos críticos de la sociedad, tanto de manera global como particular en el contexto de los estudiantes.
c) El enfoque principal de la educación no puede ser la transformación (pura) del conocimiento, sino la práctica educativa, la cual debe ser comprendida en términos de personas actuantes.
d) La cultura y el aumento de conflictos promueven cuestiones básicas sobre la discriminación, o sea, exponen el papel de la educación matemática como reproductora de inequidad.
e) Las matemáticas en sí mismas pueden ser problemáticas, ya que su función como parte de la tecnología moderna no es vista con optimismo de manera general. Las matemáticas no sólo son una herramienta para la crítica, sino también son objeto de crítica.
f) La educación crítica de las matemáticas se concentra en la vida del salón de clases para determinar cómo la comunicación entre profesor y estudiantes puede reflejar relaciones de poder.

Cabe considerar también que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no sólo pueden ser una herramienta de segregación social por la selección de los contenidos y de la manera en que éstos se presentan, que finalmente dificultan su “adquisición” o “reconstrucción”, sino que cabe la interrogante acerca del impacto que puede tener la formación matemática en el propio desarrollo de la manera de razonar de los escolares. Esta interrogante surge de la consideración de que los contenidos matemáticos que conforman el currículo de matemáticas son el producto cultural e histórico de una sociedad particular, así como lo es la manera de razonar requerida para trabajar con dicho saber.

Desde esta perspectiva, se considera que la enseñanza de las matemáticas debe abordar tanto la naturaleza de la disciplina como su impacto en la formación de los estudiantes. Por lo tanto, este enfoque parece estar muy cercano a las posturas posmodernas.

En lo que respecta a la perspectiva de la educación humanística de las matemáticas, Brown (1996) señala que ésta involucra una visión de las matemáticas generadas y pensadas por el hombre y que, si bien no se considera la lógica deductiva como irrelevante o como un componente crítico del pensamiento matemático, se considera que el estatus lógico y despersonalizado es más frágil que lo que generalmente se cree. El programa de investigación bajo esta perspectiva aborda dos aspectos:

1. La enseñanza de las matemáticas humanísticamente (por ejemplo, el trato a los estudiantes con dignidad y respeto).
2. La enseñanza de las matemáticas humanísticas. Enseñar un punto de vista de las matemáticas como una empresa significativamente humana.

En esta visión se asume que la naturaleza de las matemáticas es falible, y que el estudiante es generador de su propio aprendizaje.

También hay quienes proponen, como Gascón, Bosch y Bolea (2001) y Resnick y Ford (1998), algunos enfoques a las investigaciones en educación matemática, considerando aspectos específicos. Gascón, Bosch y Bolea (2001) presentan un panorama general de la evolución de los problemas en educación matemática, en particular referidos al álgebra, mientras que la intención de Resnick y Ford (1998) es poner en evidencia los fundamentos psicológicos de la enseñanza de las matemáticas. A continuación analizaremos brevemente estos dos enfoques.

Al mostrar la evolución de la problemática de investigación en torno al álgebra escolar, Gascón, Bosch y Bolea (2001) presentan un panorama de los diversos enfoques que han seguido los trabajos de investigación en este campo. Sin embargo, consideramos que la categorización que presentan estos autores es pertinente al campo de la educación matemática en general, más allá del campo específico de la enseñanza del álgebra escolar. Cabe mencionar también que, para los propósitos de este ensayo, sólo se retoma la organización general propuesta por estos investigadores.

Gascón, Bosch y Bolea (2001) señalan que se pueden identificar esencialmente dos tendencias en las investigaciones que, coincidiendo con la terminología de los programas de investigación de Lakatos (1978), denominan el programa cognitivo y el programa epistemológico.

En lo que respecta al programa cognitivo, señalan que quienes coinciden con éste asumen que los procesos son reductibles, en última instancia, a fenómenos cognitivos y consideran que el profesor es el mediador entre los conceptos que se van a construir y el proceso cognitivo que permite tal construcción. En este programa distinguen dos posturas: la postura *conceptualista primitiva* y la perspectiva *psicolingüística*. Veamos brevemente qué es lo que caracteriza a cada una de estas posturas.

Desde la perspectiva *conceptualista primitiva*, se interpreta la matemática como un "sistema o red de conceptos que el alumno va a construir a través de su experiencia en el aula" (Gascón, Bosch y Bolea, 2001, p. 28). Si bien esta perspectiva tuvo su mayor auge en la década de 1970 y gran parte de la de 1980, cabe señalar que en México sigue vigente y subyace en los currículos de matemáticas que se usan en diversos niveles educativos.

La perspectiva *psicolingüística*, por otra parte, surge en la década de 1980 y, en particular, dentro del estudio de la enseñanza del álgebra. Esta postura incluye aspectos semánticos y sintácticos del lenguaje matemático y "analiza el discurso" considerado como el resultado de una actividad conceptual.

Lo que Gascón, Bosch y Bolea (2001) denominan programa epistemológico incluye fundamentalmente la didáctica francesa, que considera que los procesos de aprendizaje no son reductibles a procesos cognitivos, sino que abarcan toda la situación didáctica en la cual se trabajan los contenidos matemáticos.

Este programa conlleva, a su vez, dos variantes:

- la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1997), que en particular destaca que cada conocimiento matemático específico se modela mediante una situación o un conjunto de aspectos situacionales; y
- la teoría antropológica de la didáctica de Chevallard (1991), que señala que los conocimientos matemáticos abordados en el ámbito educativo son específicos de la institución escolar, teniendo como meta el acercamiento

a las matemáticas institucionales. Un término clave en esta perspectiva lo constituye la transposición didáctica, es decir, la traducción de los contenidos de la disciplina matemática a la linealidad académica requerida para ser abordados en la institución escolar.

Entre los trabajos cercanos al programa epistemológico se encuentran:

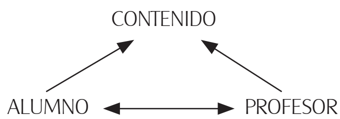
- La teoría de los *campos conceptuales* de Vergnaud, que se puede situar en una posición cognitiva y epistemológica. En esta perspectiva, se amplía la idea de concepto para incluir el conjunto de situaciones o tareas en que se encuentra inmerso dicho concepto, el conjunto de invariantes operatorias y las formas de representación simbólica del concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos útiles para tratar tales situaciones.
- La perspectiva *semiótica-antropológica* de Godino y Batanero (1994), que recibe actualmente la denominación de *enfoque ontosemiótico* (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), donde se relacionan los significados personales de los objetos matemáticos con los correspondientes significados institucionales. Cabe señalar que Godino y Batanero (1994), siguiendo a Chevallard (1991), consideran los objetos matemáticos como símbolos de unidades culturales emergentes de un sistema de usos ligados a las actividades de resolución de problemas que realizan ciertos grupos de personas y que van evolucionando con el tiempo, no pudiéndose reducir el significado del objeto a su mera definición matemática.
- La perspectiva *cognitivo-antropológica* de Boero (1996), que atiende a la concordancia entre los desarrollos cognitivos del estudiante, las técnicas y las clases de problemas que dichas técnicas permiten resolver.
- La propuesta *socio-epistemológica* (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez-Sierra, 2006), la cual asume que el "objeto" es una construcción social; sin embargo, su énfasis no se dirige tanto a la naturaleza del objeto, "sino más bien se interesa por modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento, a fin de diseñar situaciones para la intervención didáctica" (p. 84).

Finalmente, Resnick y Ford (1998) presentan un panorama de las diferentes aproximaciones a la enseñanza de las matemáticas, desde una perspectiva psicológica. Estos investigadores consideran que, en la enseñanza de las matemáticas, están presentes fundamentalmente dos aspectos: el computacional y el conceptual. Para cada uno de estos aspectos analizan tanto la forma de razonamiento requerida como su papel en la resolución de problemas desde las diferentes concepciones teóricas de la psicología que dan cuenta del aprendizaje de las matemáticas escolares. Así, por ejemplo, consideran que las investigaciones que siguen un enfoque computacional se adscriben esencialmente en las perspectivas derivadas del conductismo, mientras que consideran que las que siguen un enfoque conceptual se insertan en las perspectivas teóricas cognoscitivas, gestaltistas, constructivistas y del procesamiento de la información.

PERSPECTIVAS EN PSICOPEDAGOGÍA DE LAS MATEMÁTICAS Y SU RELACIÓN CON LAS POSTURAS EN FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

La pertinencia de incluir en este ensayo un apartado sobre la *psicopedagogía de las matemáticas* y su relación con las posturas filosóficas se debe al fuerte efecto que ha tenido dicha vertiente, particularmente en México, en los cambios curriculares, sobre todo en los niveles de educación primaria y media básica.

Desde la *psicopedagogía de las matemáticas* se intenta dar cuenta de los elementos que conforman el proceso educativo y, a partir de ello, conocer por ejemplo la manera que tiene el aprendiz de procesar la información, de reconstruir el conocimiento, de la influencia del marco social en dicho proceso, etc. Incluso podríamos afirmar que se ha analizado el fenómeno de la enseñanza-aprendizaje desde la tríada pedagógica (Flores Ochoa, 1994):



A partir de esta tríada, se señalan las características que debe poseer el profesor, así como los aspectos cognitivos y de desarrollo del alumno que intervienen en el proceso educativo. Igualmente, se propone cómo deben organizarse los contenidos a fin de facilitar un "aprendizaje significativo", como señala por ejemplo Ausubel (1976) desde una perspectiva cognoscitivista.

Ante este modelo, surgen algunas consideraciones. Una de ellas se refiere al contenido de lo que se enseña. Se define como problema de la psicopedagogía la manera en la que el contenido debe presentarse, graduarse, etc., o los obstáculos que impiden un "aprendizaje" o "reconstrucción del conocimiento", pero por lo general no se cuestionan los contenidos ni se pone en tela de juicio la pertinencia de su inclusión.

Este enfoque de la enseñanza de las matemáticas implica, por lo general, atender a la manera que tiene el aprendiz de procesar la información, de reconstruir, aprender, asimilar, etc., pero deja de lado la posibilidad que puede tener el aprendiz de crear o participar en el entramado de dicho saber. Se espera y propicia que el alumno reproduzca o reconstruya el saber matemático; sin embargo, con mucha frecuencia se ignora la posibilidad de que los propios estudiantes puedan ser creadores de nuevos saberes. Esto tiene como posible lectura, por parte de los estudiantes, que las matemáticas están acabadas y que, por lo tanto, para ellos no hay nada que descubrir o crear. En este tipo de enfoque coinciden tanto los que siguen una postura conductista como los que sustentan posturas cognoscitivistas y constructivistas.

Otra consideración hace referencia a la necesidad de enseñar matemáticas. Tanto las aproximaciones psicopedagógicas como los programas de investigación en educación matemática revisados coinciden en la inobjetable necesidad de enseñar matemáticas, aunque difieran en la manera en que deben enseñarse. Desde una lectura foucaultiana y retomando a Heidegger (1964, 1990 y 1997), esta postura podría ser cuestionada, ya que habría que reconocer que las propias matemáticas son una forma discursiva, una forma de interpretación del mundo. Por ello, cabría interrogarse sobre las implicaciones de que dicha área del saber sea imprescindible y prioritaria en los niveles básicos y generalmente en casi todos los niveles educativos de todas las instituciones escolares –nivel básico, medio, medio superior, superior– en la mayor parte del mundo.

Finalmente, y como una última consideración respecto del enfoque hacia la enseñanza de las matemáticas que sustenta la *psicopedagogía,* queremos referirnos a los principios lógicos que subyacen en las matemáticas escolares. Aun cuando en el currículo escolar de matemáticas, los principios lógicos difícilmente se hacen explícitos, en general se asumen como fundamentales para las actividades matemáticas que se desarrollan. Éstas se sustentan en los principios lógicos aristotélicos, es decir, el principio de identidad, el de no contradicción y el del tercero excluido. De este modo, el currículo de matemáticas, vigente en la mayor parte de las instituciones de educación básica y media superior de México, refleja una postura filosófica absolutista. En este posicionamiento, consideramos que la perspectiva psicogénetica, al defender no sólo la pertinencia de tales principios, sino también fundamentar el desarrollo cognitivo en función de ellos, ha tenido una gran influencia.

La formación que reciben los estudiantes en la escuela no se circunscribe a los contenidos y formas disciplinares de comportamiento, por lo tanto, siguiendo a Foucault (1976), podríamos afirmar que también contribuye a direccionar sus maneras de pensar y va imponiendo un discurso que orienta hacia una visión muy particular de mundo. Foucault (1976) afirmaba:

> El poder y el saber se implican mutuamente [...] no hay relación de poder alguna sin la constitución correlativa de un campo de saber, como tampoco un saber que no presuponga y constituya, al mismo tiempo, "relaciones de poder". Por tanto, no hay que analizar estas "relaciones poder-saber" sobre la base de un sujeto que sepa y sea o no libre respecto del sistema de poder, sino, al contrario, el sujeto que sabe; los objetos que hay que conocer y las modalidades del saber deben considerarse como otros tantos efectos de estas implicaciones fundamentales del poder-saber y sus transformaciones históricas (Foucault, 1997, p. 34).

A partir de estas consideraciones, vemos que se vislumbra la posibilidad de otras vertientes de indagación en educación matemática que rebasan el plano metodológico y que podrían relacionarse con los propios fundamentos de las matemáticas implicadas en los planes de estudio, como por ejemplo los principios lógicos y los axiomas que constituyen las bases de esta área del saber. Un ejemplo lo encontramos en las discusiones que se han originado alrededor del principio de identidad que, como parte de la lógica aristotélica, ha sido cuestionado por enfoques filosóficos falibilistas, posmodernos y no descriptivos (Moslehian, 2004; Alemán, 2001). No obstante, estos cuestionamientos no tienen incidencia en el currículo escolar, donde los principios lógicos se mantienen con total firmeza, sobre todo gracias a las posturas psicopedagógicas, en particular por la teoría constructivista psicogenética.

En la práctica educativa parece ignorarse que el saber matemático es un producto histórico y cultural y se enseña como si el tipo de razonamiento específico que requiere su comprensión fuera algo natural. Se pretende, además, que los estudiantes lo acepten sin cuestionamientos y no se les ofrece ni la oportunidad ni las herramientas que podrían permitirles cuestionar sus fundamentos.

Por todo lo discutido en este apartado, consideramos que en las posturas *psicopedagógicas* subyacen posiciones filosóficas afines a las modernas, ya que finalmente asumen que el individuo tendería a *una* forma única de pensar.

REFLEXIONES FINALES

Dentro de la cultura occidental se considera que las matemáticas constituyen una base importante para interpretar la realidad y son fundamentales para preparar a los estudiantes a que ejerzan activamente su papel de ciudadanos. Sin embargo, Skovsmose y Valero (2002) afirman que la realidad es que las matemáticas son un medio de control para mantener el orden social, ya que el conocimiento matemático abre las puertas hacia el poder para algunas personas, mientras que las cierra para la gran mayoría. Ello puede explicar por qué en el currículo escolar las matemáticas tienen una carga tan importante. Las matemáticas que se enseñan, sustentadas en el método axiomático, han impedido avalar, dentro de los espacios educativos, cualquier otra forma de pensamiento que no sea la lógico-racional.

Las posturas falibilistas, posmodernas y dialógicas consideran que las matemáticas son producto de la actividad humana y, por tanto, socialmente construidas, y que se constituyen como un lenguaje que permite una visión del mundo específica, la cual tiene, por consiguiente, un necesario recorte y dirección sobre la actividad del hombre, social, cultural, económica y políticamente. Por su parte, la perspectiva de la educación crítica de la matemática señala la necesidad de hacer una revisión de las implicaciones de la enseñanza de las matemáticas en la segregación social.

Por otra parte, Horkheimer y Adorno (2004) y Foucault (1976, 1997) apuntan que la educación reproduce las formas sociales de dominación y explotación, no sólo en las relaciones de poder que se dan en el ámbito educativo, sino por la formación del pensamiento que se disciplina a través del manejo y determinación de los contenidos.

Por ello, nos parece importante atender a la manera de enfocar los contenidos matemáticos incluidos en los programas y planes de estudios. Consideramos pertinente reflexionar y abrir un campo de discusión sobre el impacto de la formación académica en el pensamiento de los estudiantes y poder determinar si la inserción del contenido matemático es un elemento que puede disciplinar el pensamiento de los estudiantes para intentar conducirlos a un pensamiento lógico, racional y científico –con el supuesto de que este tipo de pensamiento es la culminación del desarrollo humano–, o si cabrían otras opciones de formar a los estudiantes, atendiendo a que el saber matemático, en cuanto resultado del devenir histórico y cultural, es falible.

Cabe mencionar que un aspecto importante que sustenta las diferencias entre algunas de estas visiones lo constituye la posición en torno a la axiomatización, que involucra necesariamente los principios lógicos que subyacen en la disciplina. Así, posiciones absolutistas, monológicas, modernas, etc., asumen estos principios lógicos como reflejo de la forma del pensar humano, asumidas de manera apriorística e infalible, mientras que las posturas cuasi empíricas, falibilistas y posmodernas asumen que tienen un carácter más bien pragmático, nacido en ciertos momentos históricos y, por tanto, generado culturalmente por el hombre.

El reconocimiento de la falibilidad y del carácter social y situado de la actividad matemática abre, por consiguiente, nuevas posibilidades de enfoques en la educación matemática, fundamentalmente en los niveles educativos básico y medio.

Sin embargo, las discusiones existentes en el plano de la filosofía de las matemáticas y el avance en la investigación en educación matemática muestran una incidencia limitada en el quehacer educativo en general, tanto en el currículo como en la práctica docente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alemán, Anastasio (2001), *Lógica, matemáticas y realidad*, España, Tecnos.

Aspray, W. y P. Kitcher (eds.) (1988), *History and Philosophy of Modern Mathematics*, Minneapolis, University of Minnesota Press.

Ausubel, D. (1976), *Psicología educativa. Un enfoque cognoscitivo*, México, Trillas.

Boero, P. (1996), "Transformation and Anticipation as Key Processes in Algebraic Problem Solving", en R. Sutherland (ed.), *Algebraic Processes and Structures*, Dordrecht Kluwer.

Brousseau, G. (1997), *Theory of Didactical Situation in Mathematics*, Dordrecht Kluwer Academic Publisher.

——— (2000), "Educación y didáctica de las matemáticas", *Educación Matemática*, vol. 12, núm. 1, pp. 5-38.

Brown. S. I. (1996), "Towards Humanistic Mathematics Education", *International Handbook of Mathematics Education*, Países Bajos, Kluwer Academic Publisher, pp. 1289-1321.

——— (2002), "Humanistic Mathematics: Personal Evolution and Excavations. The Humanistic Mathematics", *Network Journal on line*, primavera-verano de 2003, recuperado el 20 enero de 2007 de http://www2.hmc.edu/www_common/hmnj/.

Carnap, R. (1967), *The Logical Structure of the World and Pseudoproblems in Philosophy*, Londres y Berkeley, Open Court Classics.

Chevallard, Y. (1991), *La transposición didáctica. Del saber sabido al saber enseñado,* Madrid, Aique.
Davis, P. J. y R. Hersh (1980), *The Mathematical Experience,* Boston, Birkhauser.
Dossey, J. A. (1992), "The Nature of Mathematics: Its Role and Its Influence", en G. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* Nueva York, Macmillan.
Ernest, Paul (1994), "The Dialogical Nature of Mathematics", en Paul Ernest, *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective,* Londres, The Falmer Press.
——— (1996), "The Nature of Mathematics and Teaching", *Philosophy of Mathematics and Education Journal,* núm. 9, noviembre.
——— (2004), "What is the Philosophy of Mathematics Education?", *Philosophy of Mathematics and Education Journal,* núm. 18, octubre.
Fichsbein, Efraim (1990), "Psychology and Mathematics", en Nesher y Kilpatrick, *Mathematics and Cognition,* Cambridge, Cambridge University Press.
Flores Ochoa, R. (1994), *Hacia una pedagogía del conocimiento,* Colombia, Mc. Graw Hill.
Foucault, M. (1976), *Vigilar y castigar. Nacimiento de la prisión,* trad. de Aurelio Garzón del Camino, México, Siglo XXI Editores.
——— (1997), *La arqueología del saber,* México, Siglo XXI.
Gascón, J., M. Bosch y P. Bolea (2001), "¿Cómo se construyen los problemas en didáctica de las matemáticas?", *Educación Matemática,* vol. 13, núm. 3, pp. 22-63.
Godino, Juan D. y M. Carmen Batanero (1994), "Significado institucional y personal de los objetos matemáticos", *Recherches en Didactique des Mathematiques,* Francia, La Pensée Sauvage, vol. 14, núm. 3, pp. 325-355.
Godino, J., C. Batanero y V. Font (2007), *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática,* recuperado el 7 de junio de 2007 de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_1mayo06.pdf.
Handal, B. (2003), "Philosophies and Pedagogies of Mathematics", *Philosophy of Mathematics Education Journal,* núm. 17.
Heidegger, Martín (1964), *La pregunta por la cosa,* Buenos Aires, Sur.
——— (1990), *Identidad y diferencia,* Barcelona, Anthropos.
——— (1997), *Caminos de bosque,* España, Alianza Universidad.
Hersh, Reuben (1979), "Some Proposals for Reviving the Philosophy of Mathematics", *Adv. in Math.* vol. 31, núm. 1, pp. 31-50.
——— (1997), *What is Mathematics Really?,* Oxford, University Press.

Horkheimer, M., y T. W. Adorno (2004), *Dialéctica de la Ilustración. Fragmentos filosóficos*, 6a. ed., España, Trotta.
Kilpatrick, Jeremy y otros (1995), *Educación Matemática*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
Lakatos, I. (1976), *Proofs and Refutations*, Cambridge, Cambridge University Press.
——— (1978), *Philosophical Papers*, Cambridge, Cambridge Univesity Press, 2 t.
Lerman, Stephen y otros (2002), "Developing Theories of Mathematics Education Research: The ESM Story", *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht Kluwer Academic Publisher, núm. 51, pp. 23-40.
Maddy, P. (1980), "Perception and Mathematical Intuition", *The Philosophical Review*, núm. 89, pp. 163-196.
Moslehian, Mohammad Sal (2003), "Posmodern Pedagogy of Mathematics", *Philosophy of Mathematics Education Journal*, núm. 17.
——— (2004), "Posmodern View of Humanistic Mathematics", *Philosophy of Mathematics Education Journal*, núm. 18.
Piaget, J. (1971), *Ensayo de lógica operatoria*, Buenos Aires, Guadalupe.
Piaget, J. y otros (1985), *Epistemología y psicología de la identidad*, México, Paidós, Psicologías del Siglo XX.
Piaget, J., y B. Inhelder (1991), *Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones*, 6a. ed., Buenos Aires, Guadalupe.
Putnam, H. (1986), "What is Mathematical Truth?", en T. Tymoczko (ed.), *New Directions in the Philosophy of Mathematics*, Boston, Birkhauser, pp. 49-66.
Quine, W. v. O. (1962), "Dos dogmas del empirismo", en *Desde un punto de vista lógico*, Barcelona, Ariel, pp. 49-81.
Reichenbach, H. (1947), *Experience and Prediction: An Analysis of the Foundations of Structure of Knowledge*, Chicago, University of Chicago Press.
Resnick, Lauren B. y Wendy W. Ford (1998), *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*, Barcelona, Paidós.
Sfard, A. (2001), "Learning Mathematics as Developing a Discourse", *Proceedings of the XXIII Annual Meeting PME-NA*, octubre, Utah, vol. 2.
Sierpinska, A., y S. Lerman (1996), "Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education", en A. J. Bishop, *International Handbook of Mathematics Education*, Países Bajos, Kluwer Academic Publisher, pp. 827-876.
Skovsmose, Ole (1994), *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Países Bajos, Kluwer Academic Publisher.

Skovsmose y Nielsen (1996), "Critical Mathematics Education", en A. J. Bishop, *International Handbook of Mathematics Education*, Países Bajos, Kluwer Academic Publisher, pp. 827-876.

Skovsmose, O., y P. Valero (2002), "Democratic Access to Powerful Mathematical Ideas", en English (coord.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Mahwah, New Jersey y Londres, Lawrence Erlbaum.

Tymoczko, T. (1991), "Mathematics, Science and Ontology", *Synthese*, núm. 88, pp. 201-228.

——— (1994), "Structuralism and Pos-modernism in the Philosophy of Mathematics", en Paul Ernest, *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective*, Londres, The Falmer Press.

Wittgenstein, L. (1953), *Philosophical Investigations*, trad. de G.E.M. Anscombe, Oxford, Basil Blackwell.

——— (1956), *Remarks on the Foundations of Mathematics*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press (edición revisada, 1978).

DATOS DE LAS AUTORAS

Andrea López Pineda
Facultad de Psicología, Universidad Autónoma de Querétaro, México
allopine@hotmail.com

Sonia Ursini
Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación
y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México
soniaul2002@yahoo.com.mx