

PROPUESTA DE ACTUALIZACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE DISEÑO DE LAS NTCC-04 PARA LOSAS RECTANGULARES

Gelacio Juárez Luna¹ y Pablo Gutiérrez Morgado²

Recepción: 20 de febrero de 2015

Aprobación: 15 de enero de 2016

Publicación: 15 de abril de 2016

RESUMEN

En este artículo se proponen coeficientes de momentos para el diseño de losas rectangulares de concreto reforzado, calculados mediante la mecánica computacional. Se estudian siete tipos de paneles apoyados en dos direcciones, los cuales se modelaron como colados monolíticamente y no monolíticamente con sus apoyos, considerando que los paneles están apoyados en sus bordes sobre vigas principales o sobre muros de mampostería confinada. La relación del lado corto entre el lado largo de los paneles se varió de 0.5 a 1 con incrementos de 0.1. Los coeficientes numéricos calculados se comparan con los coeficientes actualmente recomendados por las Normas Técnicas Complementarias para el Análisis y Diseño de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal de 2004 y con los recomendados para el Eurocódigo de 1992. Se demuestra que en el 50% de los casos estudiados, los coeficientes de diseño recomendados actualmente están subestimados, por lo que se recomienda actualizarlos por los calculados numéricamente.

Palabras clave: Coeficiente, momento de diseño, losas, concreto reforzado.

ABSTRACT

In this paper, simplified flexural moment coefficients for the design of reinforced concrete rectangular slabs, computed with computational mechanics, are proposed. Seven kinds of two-way panels are studied, which were modelled as cast monolithically and not cast monolithically with their supporting beams, considering that these panels are supported on principal beams or confined masonry walls. The ratio of the short span to the long span length was from 0.5 to 1 with increments of 0.1. These computed coefficients are compared with the regulatory coefficients recommended by the current provisions of the Mexican reinforced concrete guidelines of Mexico's Federal District Code 2004 and with the regulatory coefficients recommended by the Eurocode 1992. It is shown that in 50% of the studied cases, the currently provided design coefficients are underestimated, so they must be updated.

Keywords: Coefficient, design moment, slabs, reinforced concrete.

RESUMO

Neste artigo se propõem coeficientes de momentos para projetar lajes retangulares de concreto armado, calculados usando mecânica computacional. Sete tipos de painéis com suporte em duas direções são estudados, os quais são modelados como monoliticamente vertidos e como não-monoliticamente vertidos, onde se considera que os painéis são suportados sobre vigas ou paredes de alvenaria confinados. A relação entre o lado curto e o lado comprido dos painéis variou-se de 0,5 a 1 em incrementos de 0,1. Os coeficientes numéricos calculados comparam-se com os coeficientes atualmente recomendados pelas Normas Técnicas Complementares para Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto das regras de construção do Distrito Federal de 2004 e pelo Eurocódigo de 1992. Mostra-se que em 50% dos casos estudados, se subestimam os índices, daqui recomendamos a atualização dos índices pelos calculados numericamente.

Palavras chave: Coeficiente, momento fletor de projeto, lajes, concreto reforçado.

⁽¹⁾ Profesor, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco. A.v San Pablo 180, México D.F. 02200. Teléfono (55) 5318-9000-2219. Fax (55) 5318-9085; gil@azc.uam.mx

⁽²⁾ Alumno del Posgrado en Ingeniería Estructura. Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco. A.v San Pablo 180, México D.F. 02200. Teléfono: (55) 5318-9085; pguierrez@euroestudios.com.mx

1. INTRODUCCIÓN

Las losas son elementos utilizados en la construcción de sistemas estructurales que cumplen funciones arquitectónicas y estructurales. Las losas son elementos planos sin curvatura aparente que proporcionan una superficie horizontal para el desarrollo de actividades diversas, las cuales transfieren las cargas producidas hacia su perímetro de apoyo, evitando desplazamientos verticales (flechas) para asegurar su funcionalidad, por lo que lo que estos elementos requiere de métodos de análisis y diseño que garanticen su seguridad estructural. Los trabajos pioneros en el análisis y diseño de losas fueron los realizados por Westergaard y Slater (1921) y Westergaard (1926), quienes determinaron los momentos máximos desarrollados en las secciones críticas de losas cuadradas para diferentes condiciones de apoyo en los bordes. Obtuvieron coeficientes de distribución de momentos con base en la teoría de la elasticidad, los cuales se compararon con coeficientes experimentales obtenidos en pruebas realizadas en losas apoyadas perimetralmente por Bach y Graf (1915). Además, Westergaard y Slater (1921) demostraron la existencia del fenómeno de redistribución de esfuerzos dependiente de las rigideces relativas.

Marcus (1929) desarrolló un procedimiento aproximado, mediante el cual los momentos máximos elásticos en una placa apoyada sobre vigas rígidas se determinan con base en el análisis de una franja de losa y obteniendo factores de reducción para corregir los momentos obtenidos. Marcus consideró los efectos producidos por la presencia de un muro colocado en medio del claro de la losa, construyendo cuatro tablas de coeficientes de momentos, las cuales proporcionan valores para la distribución del panel de carga en dos direcciones, la evaluación de momentos negativos en bordes continuos y positivos para la mitad del centro del claro.

Di Stasio y Van Buren (1936) realizaron una propuesta para el comité del ACI (Método I), la cual se basa en el uso de factores de distribución de carga para la obtención de los momentos en la losa. Posteriormente, el comité del ACI realizó modificaciones en 1947 a las propuestas realizadas por Westergaard (Método II), para cubrir todas las posibles combinaciones de losas en un sistema de piso. Para la primera modificación se analizó cada panel por separado, considerando sólo sus condiciones de continuidad en los bordes, la condición de losa monolítica con las vigas de apoyo o muros y cierta rigidez torsional para las condiciones de apoyo; la segunda modificación consistió en limitar de manera práctica la relación de los bordes de los paneles. Con estas consideraciones, el comité propuso una tabla de coeficientes para el momento positivo en el centro del claro y para el momento negativo en los bordes.

Newmark y Siess (1950) realizaron estudios analíticos basados en un proceso de redistribución de momentos, análogo al método de Cross, para determinar el valor de los momentos en placas continuas apoyadas en vigas rígidas. Además estudiaron diversos parámetros que influyen en dichos valores de momento, entre los que pueden citarse la relación entre lados, la localización relativa de la losa respecto a uno de los bordes de la placa, la rigidez torsional de las vigas de apoyo, el tipo de carga, las variaciones en tamaño y forma para losas adyacentes. Recientemente, Hassan *et al.* (2011) determinaron coeficientes para los momentos de diseño de losas planas interiores utilizando el método avanzado de Hillerborg y el método de los elementos finitos.

En México, Covarrubias (1960) proporcionó coeficientes para el diseño de losas perimetrales sujetas a cargas lineales con base en la teoría de líneas de fluencia. Díaz de Cossio (1962) estudió experimentalmente el efecto del tamaño y de la forma de vigas y losas de concreto sobre su resistencia a fallas por cortante. Basila-Hajj (1962) determinó experimentalmente características de resistencia de bloques huecos utilizados en la construcción de losas encasetonadas. Esteva (1963) obtuvo coeficientes de diseño de losas con bordes libres aplicando la teoría de líneas de fluencia. Guzmán y Díaz de Cossio (1968) proporcionan recomendaciones de diseño de losas con claros pequeños. Díaz y Robles (1971) estudiaron la respuesta humana ante el agrietamiento en losas de concreto. Mendoza (1976) determinó experimentalmente recomendaciones para diseñar y construir losas reforzadas con mallas de alambre estiradas en frío. Contreras (1977) propone recomendaciones de espesor mínimo de losas para evitar problemas de vibraciones. Tapia y Rosenblueth (1977) estudiaron el efecto de correlación entre resistencia y carga vertical en diseño de losas de concreto. Loera y Ávila (2000) proporcionan recomendaciones para el análisis de losas planas con capiteles sujetas a carga vertical. Loera y Ávila (2001) proponen un ancho equivalente de losas planas con capiteles y ábacos ante fuerzas laterales. Juárez-Luna y Caballero-Garatachea (2014) proporcionan coeficientes de diseño para losas aisladas circulares, elípticas y triangulares.

Para el análisis de losas el ACI-318-14 recomienda el método directo, el método del marco equivalente cualquier otro procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, así como los requisitos de resistencia y de servicio. Mientras que el Eurocódigo-2 (EC-2) recomienda utilizar el método del marco equivalente o algún otro método válido para el diseño de losas perimetralmente apoyadas. Es importante mencionar que el manual de diseño de estructuras de concreto para el Eurocódigo-2 (IStructE-06), del Instituto de Ingenieros Estructurales de Europa proporciona como una opción el uso de coeficientes para determinar los momentos de diseño, los cuales se enlistan en la Tabla 1.

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-04) y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del 2004 (NTCC-04) proporcionan recomendaciones de diseño para losas macizas de concreto reforzado apoyadas perimetralmente en dos direcciones. En estas recomendaciones, los momentos de diseño se calculan utilizando una tabla de coeficientes, los cuales fueron adaptados de la edición del ACI-318-63 (González-Cuevas 2011), que a su vez se derivaron del trabajo de Newmark y Siess (1950). Las NTCC-04 proporcionan 476 coeficientes, α , para el diseño de losas coladas y no coladas monolíticamente con sus vigas de apoyo para relaciones de lados $m=a_1/a_2$, donde a_1 es la longitud del lado corto y a_2 la longitud del lado largo. El IStruct E-06 sólo presenta coeficientes para losas coladas monolíticamente con vigas de apoyo como se muestran en la Tabla 1. Ambos códigos determinan los momentos de diseño por unidad de ancho con la ec.(1):

$$M = a w a_1^2 \quad (1)$$

Donde M es el momento de diseño y w es la carga uniformemente distribuida sobre el panel.

Tabla 1: Coeficientes de momento (adaptada del IStructE-06)

Momento y panel considerado	Coeficientes en el lado corto (lado largo /lado corto)					Coeficientes en el lado largo (cualquier relación lado corto)
	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	
Panel interior						
Negativo en borde discontinuo	0.031	0.044	0.053	0.059	0.063	0.032
Positivo en el centro del claro	0.024	0.034	0.04	0.044	0.048	0.024
Un lado corto discontinuo						
Negativo en borde interior	0.039	0.05	0.058	0.063	0.067	0.037
Positivo en el centro del claro	0.029	0.038	0.043	0.047	0.05	0.028
Un lado largo discontinuo						
Negativo en borde interior	0.039	0.059	0.073	0.083	0.089	0.037
Positivo en el centro del claro	0.03	0.045	0.055	0.062	0.067	0.028
De esquina						
Negativo en borde interior	0.047	0.066	0.078	0.087	0.093	0.045
Positivo en el centro del claro	0.036	0.049	0.059	0.065	0.07	0.034

Flores-Eslava (2012) muestra algunos casos donde los coeficientes obtenidos con modelos numéricos son mayores a los presentados en las tablas de diseño de las NTCC-04. Por lo anterior, este artículo tiene por objetivo actualizar la magnitud de los coeficientes de diseño que actualmente proporcionan las NTCC-04 mediante la mecánica computacional, los cuales se calculan de la distribución de momentos flexionantes de modelos de losas con relaciones de lados m de 0.5, a 1, en incrementos de 0.1. Se modelan paneles apoyados sobre vigas y sobre muros confinados de los que se tomaron las magnitudes de los coeficientes más desfavorables; además se estudiaron paneles colados y no colados monolíticamente con sus apoyos, los cuales se modelaron con el acoplamiento de los grados de libertad. Los modelos se realizaron en el programa SAP2000 (CSI 2009), considerando un material elástico-lineal, homogéneo e isotrópico. Es de importancia enfatizar que es válido utilizar los coeficientes propuestos en este trabajo para calcular los momentos de diseño cuando los paneles estén apoyados: 1) sobre vigas principales, que a su vez estén apoyadas en sus cuatro esquinas, 2) en muros y 3) paneles con algunos de sus bordes sobre vigas y el resto sobre muros. No es válido utilizar los coeficientes para el diseño de paneles apoyados sobre vigas secundarias.

El contenido de este artículo se describe a continuación. En la sección 2 se determina el tamaño del elemento que se utilizará para el modelado, así como su validación con resultados de soluciones analíticas. Adicionalmente, esta sección proporciona una descripción de los modelos de los paneles que se analizaron. La sección 3 presenta el análisis

de los coeficientes calculados en los modelos numéricos. La sección 4 muestra la comparación entre los coeficientes obtenidos numéricamente y los propuestos actualmente por la NTCC-04. Finalmente, las conclusiones derivadas de este trabajo y sugerencias se proporcionan en la sección 5.

2. DETERMINACIÓN DE COEFICIENTES

2.1 CALIBRACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MALLA

En este trabajo se utilizó la energía de deformación para establecer un criterio del tamaño de malla de los modelos de elementos finitos. Se estudió una losa cuadrada de 4 m por lado mostrada en la Fig. 1a, la cual se discretizó con 5, 10, 20 y 40 elementos por borde; en la Fig. 1b se muestra la discretización con 20 elementos por borde. Para la discretización del modelo se utilizaron elementos tipo placa delgada con cuatro nodos. La losa se restringió simplemente apoyada en todos sus bordes, aplicándole una presión vertical uniformemente distribuida de 9.81kN/m². El material de la losa es de concreto con las propiedades mecánicas siguientes: módulo de Young $E=2.171 \times 10^4$ MPa (2.214×10^5 kg/cm²), relación de Poisson, $\nu=0.2$, y esfuerzo último a compresión, 24.517MPa (250 kg/cm²).

Considerando que la energía de deformación interna, W_i , es igual al trabajo externo, W_e , inducido a un medio continuo, ésta se calcula como:

$$W_i = W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n P_i d_i \quad (2)$$

Donde P_i son las cargas por sus acciones externas que se concentran en los nodos, d_i son los desplazamientos de los nodos y n es número de nodos del modelo. En este modelo las cargas y los desplazamientos sólo se presentan en la dirección en la que se aplica la carga.

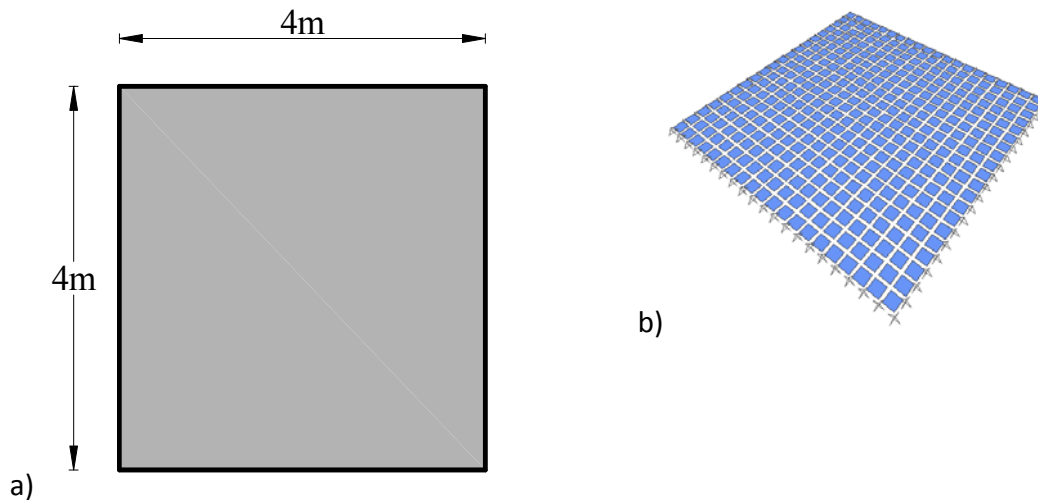


Fig. 1: Losa simplemente apoyada: a) geometría y b) discretización con 20 elementos por borde.

La energía W_i calculada para cada uno de los modelos discretizados con 5, 10, 20 y 40 elementos por borde se muestra en la Fig. 2, donde se observa que W_i se estabiliza a partir de un mallado con 20 elementos por borde, por lo que se utilizó este número en los modelos estudiados en este artículo, pues el tener una malla más fina sólo incrementaría el tiempo de cómputo, pero no mejoraría los resultados. Es importante mencionar que en los modelos estudiados se consideró un espesor de 0.1 m, que satisface los requisitos de resistencia por cortante.

2.2 CALIBRACIÓN CON SOLUCIONES ANALÍTICAS

Una vez determinado el tamaño de la malla, el modelo numérico de la losa aislada de 4 m, mostrado en la Fig. 1a, se calibró con soluciones analíticas reportadas por Timoshenko y Woinosky-Krieger (1959). La distribución de momentos en la losa se muestra en la Fig. 3, donde se tienen sólo momentos positivos debido a la condición de apoyo simple, los cuales son mayores en el centro del claro. Debido a que se trata del modelo de una losa cuadrada, la magnitud de los momentos es la misma en ambas direcciones del modelo.

Los resultados analíticos reportados por Timoshenko y Woinosky-Krieger (1959) están en función del coeficiente α_a , por lo que de la ec. (1) se despejó el coeficiente α_n para determinar sus magnitudes en la franja central con los momentos de los modelos numéricos. En la Fig. 4 se muestran las curvas con los coeficientes α_n y α_a , observándose que ambas son prácticamente iguales. Por lo tanto, el número de elementos por borde y el elemento placa utilizado se validó para estudiar las losas con distintas relaciones m .

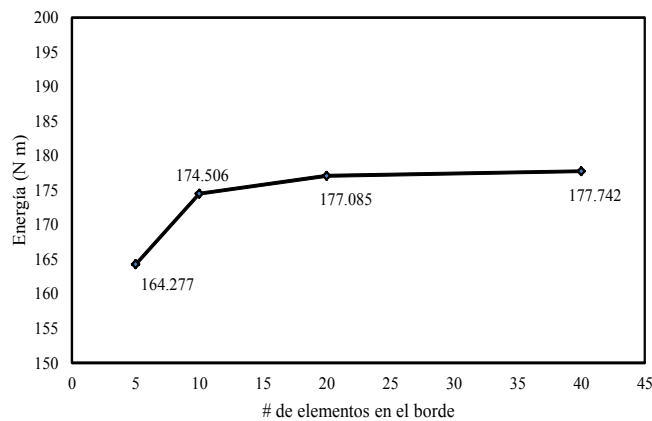


Fig. 2: Curva energía de deformación contra número de elementos por borde.

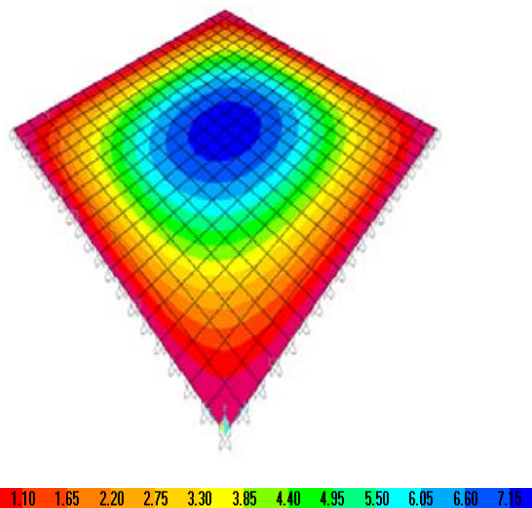


Fig. 3: Distribución de momentos (kNm) del modelo: se tiene la misma magnitud en ambas direcciones por ser una losa cuadrada.

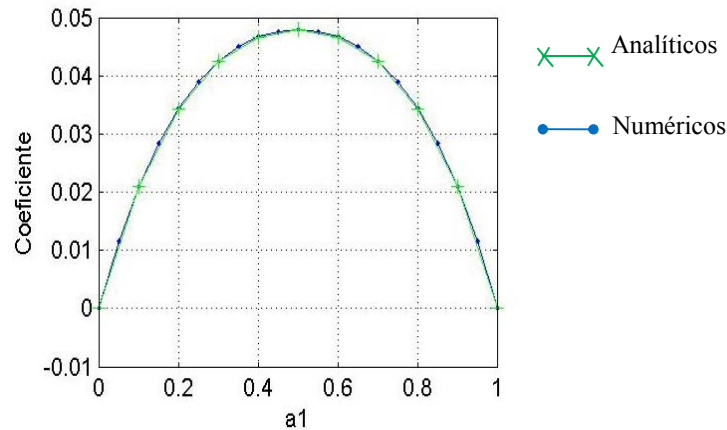


Fig. 4: Comparación de coeficientes numéricos y analíticos del modelo I.

2.3 DETERMINACIÓN DE COEFICIENTES

2.3.1 TIPOS DE CONTINUIDAD

Los modelos de las losas estudiadas están apoyados sobre vigas o sobre muros confinados, con ambos tipos de continuidad que consideran las NTCC-4: 1) tipo I, cuando la losa está colada monolíticamente con sus vigas de apoyo, como se muestra en la Fig. 5a, y 2) tipo II, cuando la losa no está colada monolíticamente con sus apoyos, *i.e.*, cuando la losa se apoya sobre vigas de acero, bloques de concreto, como se muestra en la Fig. 5b, o existe una junta fría entre la losa y los apoyos que permitiera rotar los bordes de la losa; es importante mencionar que el IStruct E-06 sólo proporciona coeficientes para losas tipo I.

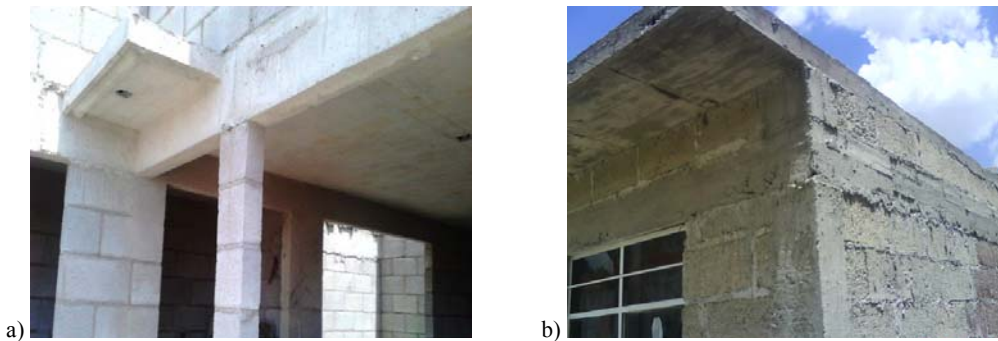


Fig. 5: Panel tipo: a) I y b) II.

Las vigas y columnas se modelaron con elementos tipo viga-columna (frame) y las losas y muros con elementos tipo lámina (Shell). Ambos elementos, viga-columna y lámina, tienen seis grados de libertad ($d_x, d_y, d_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$) en cada nodo, como se muestra en la Fig. 6. Para modelar las losas tipo I o muros perimetrales, se discretizaron las láminas y las vigas-columnas del mismo tamaño, conectándose ambos elementos en los mismos nodos, tal que se acoplan los seis grados de libertad; mientras que para una losa con apoyo tipo II se utilizaron dos nodos en el mismo punto donde se apoyan las láminas sobre las vigas: tal que un nodo conecta las láminas, el otro conecta las vigas y en ambos nodos se acoplan los tres grados de libertad d_x, d_y, d_z , lo que permite que la losa pueda rotar tal como lo idealiza un apoyo simple. Al igual que las losas, los muros se discretizaron con mallas de 20 elementos por borde y las vigas con 20 elementos para tener continuidad con la malla de los bordes de las losas y los muros. Para la discretización de las losas se utilizó el elemento lámina delgada en el programa SAP2000, que excluye las deformaciones por cortante, pues la relación del espesor t entre la longitud del lado corto a_1 fue menor a 0.2, *i.e.*, $t/a_1 < 0.2$.

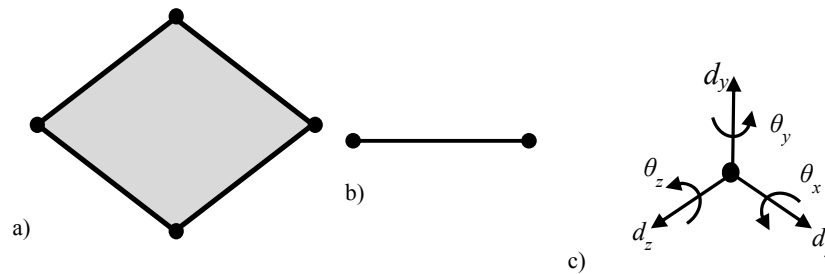


Fig. 6: a) Elemento tipo lámina, b) elemento tipo viga-columna y c) grados de libertad por nodo.

2.4 DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DE LOS MODELOS

Las NTCC-04 proporcionan los coeficientes de diseño para relaciones m de 0, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.0, considerando losas con sus vigas de apoyo tipo I y tipo II; sin embargo, el IStructE-06 proporciona coeficientes para relaciones inversas, a_2/a_1 , de 1.0, 1.25, 1.5, 1.75 y 2.0. En los modelos realizados en este trabajo, los paneles que se estudiaron fueron aquellos que consideran la NTCC-04: interior, de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo, de esquina, de extremo con un lado largo continuo, de extremo con un lado corto continuo y aislado, los cuales se muestran en la Fig. 7. En estos modelos, el lado largo se mantuvo constante en 4 m y el lado corto se varió de 2 a 4 m, la altura de las columnas y muros fue de 2.5 m.

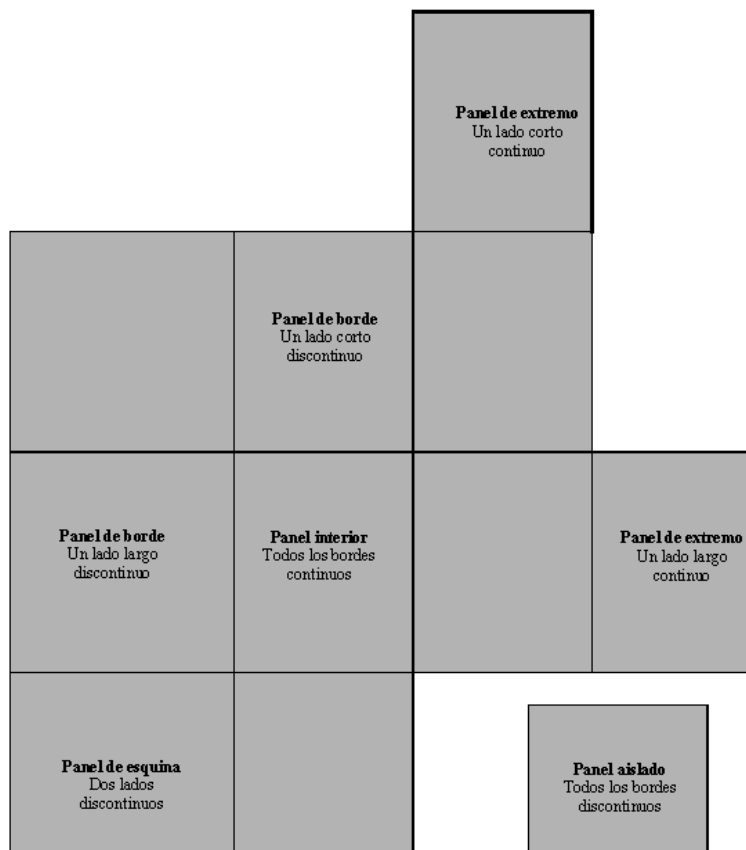


Fig. 7: Tipos de paneles.

2.4.1 MODELOS TIPO A

Los paneles aislados se estudiaron con modelos como los que se muestran respectivamente en la Fig. 8 sobre vigas y sobre muros confinados, en el que la relación m es 0.5, tal que $a_1=2$ m y $a_2=4$ m. En el resto de los modelos, a_1 se incrementó para tener el resto de las relaciones m .

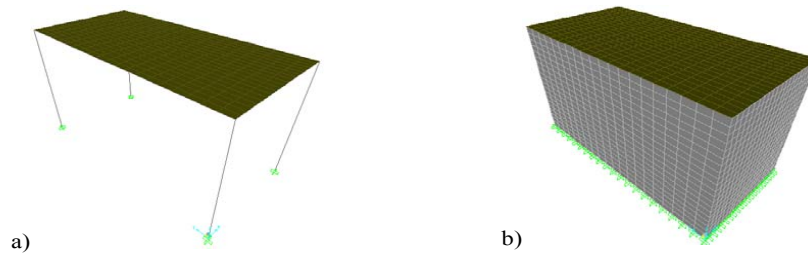


Fig. 8: Panel aislado apoyado sobre: a) vigas y b) muros.

2.4.2 MODELOS TIPO B

Los paneles de extremo con un lado corto o largo discontinuo se estudiaron incluyendo dos paneles adyacentes, como se muestra en la Fig. 9, pues el tener más paneles adyacentes como los de la Fig. 7 no es relevante en la distribución de momentos de los paneles de extremo, incrementando innecesariamente el costo computacional.

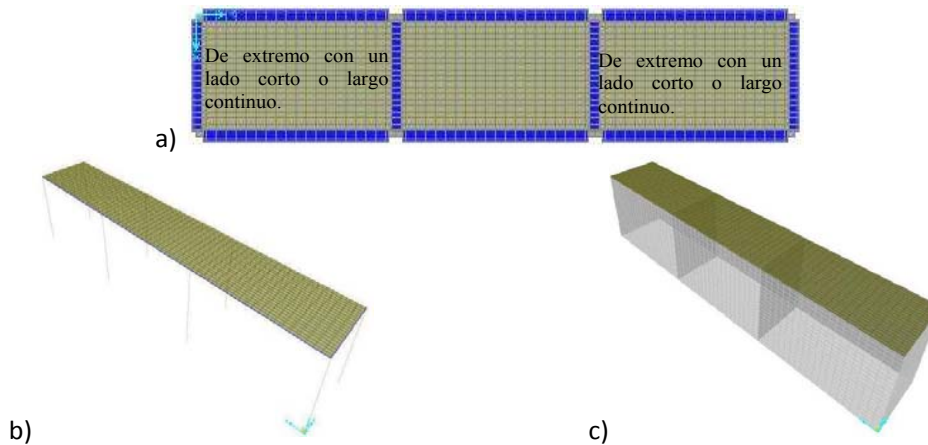


Fig. 9: Paneles de extremo con un lado corto o largo discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muros.

2.4.3 MODELOS TIPO C

Para decidir el número de paneles del modelo donde se estudió el panel interior, de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo y de esquina, se analizaron dos modelos de losas cuadradas con 3 y 5 paneles por borde, respectivamente, como se muestran en la Fig. 10. Los coeficientes calculados en las franjas centrales de los paneles interior, de borde y de esquina en los modelos con 3 y 5 paneles por borde se muestran respectivamente en la Fig. 11, donde se puede observar que se obtuvieron resultados similares, por lo que en el estudio de los tableros con otras relaciones de lados se utilizó el modelo con 3 paneles por borde, los cuales tienen menor número de elementos, que consecuentemente reducen el costo computacional.

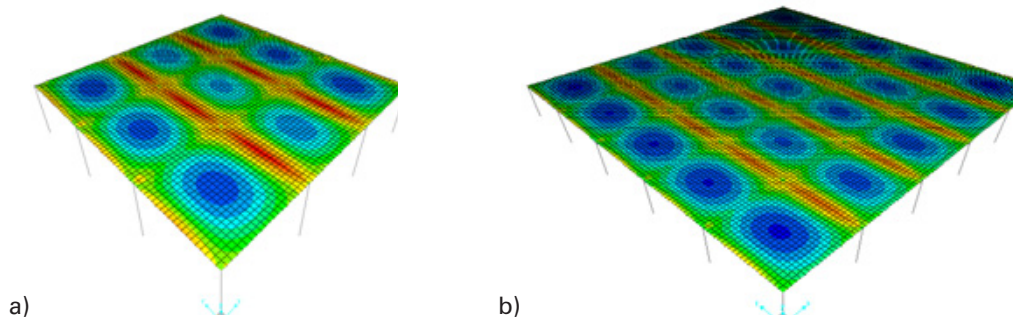


Fig. 10: Distribución de momentos (kN m) en franjas horizontales de losa con paneles por borde: a) 3 y b) 5.

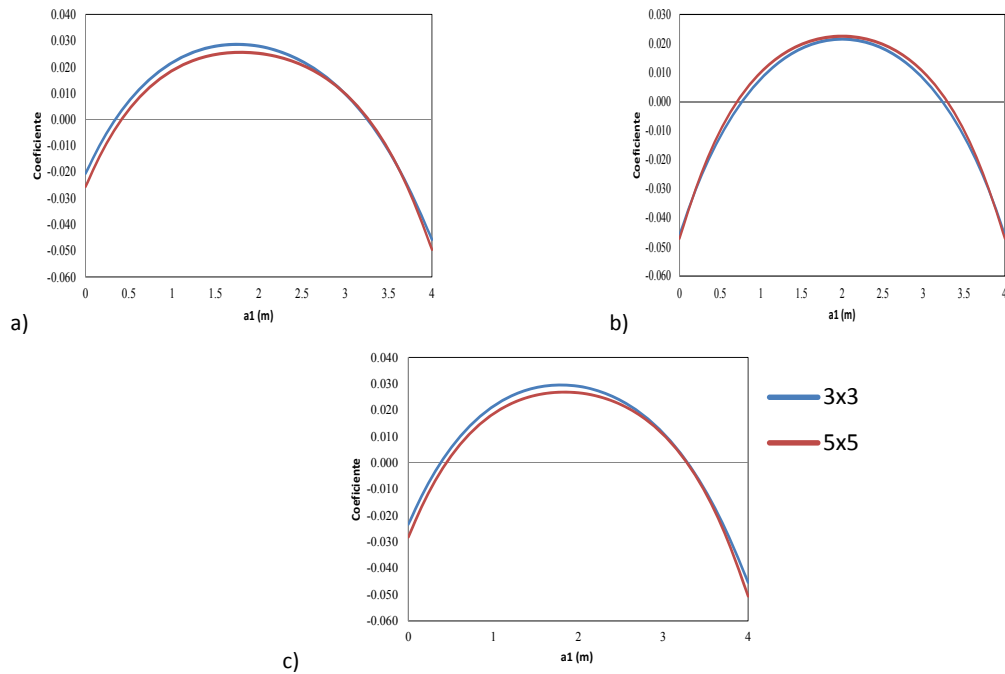


Fig. 11: Coeficientes en franja central de paneles: a) de borde, b) interior y c) de esquina.

Como ejemplo de los modelos estudiados del tipo A, en la Fig. 12 se muestra el modelado de una losa donde se analizaron los paneles de borde con un lado corto discontinuo e interior, donde la relación m para los paneles de esquina y de borde con un lado largo discontinuo se mantuvo constante en 1, mientras que las relaciones de lados de los paneles interiores y de borde con un lado corto discontinuo se varió de 0.5 a 1.0 con incrementos de 0.1.

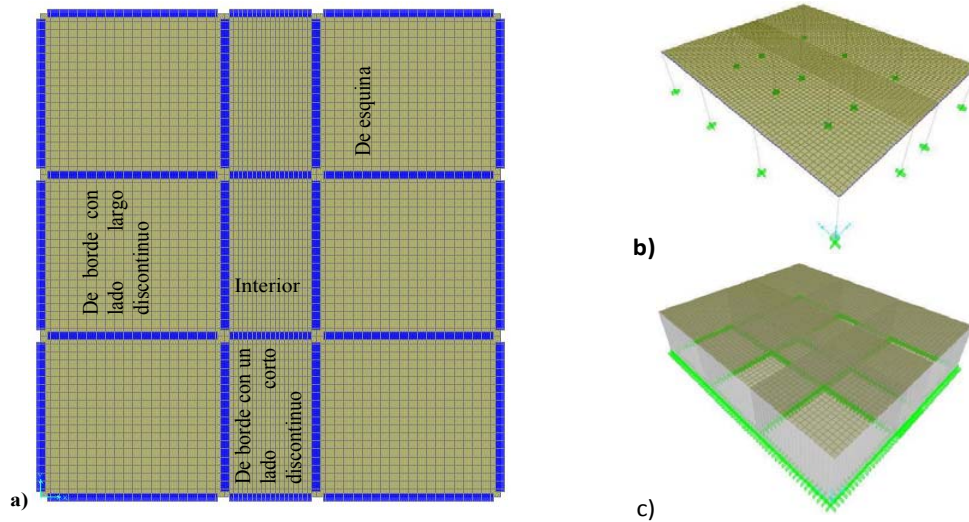


Fig. 12: Modelo para tableros interiores y de borde con un lado corto discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muro.

3. DISTRIBUCIÓN DE COEFICIENTES

Del modelo realizado a los paneles mostrados en la Fig. 8, se obtuvo la distribución de momentos actuando paralelamente al lado corto, en la cual los modelos con continuidad tipo I presentan momentos negativos en los bordes, debido a la restricción parcial al giro que produce la rigidez a torsión de las vigas en la losa, como se muestra en la Fig. 13a. En losas con continuidad tipo II, sólo se tienen momentos positivos, como se muestra en la Fig. 13b, pues las losas están simplemente apoyadas sobre las vigas.

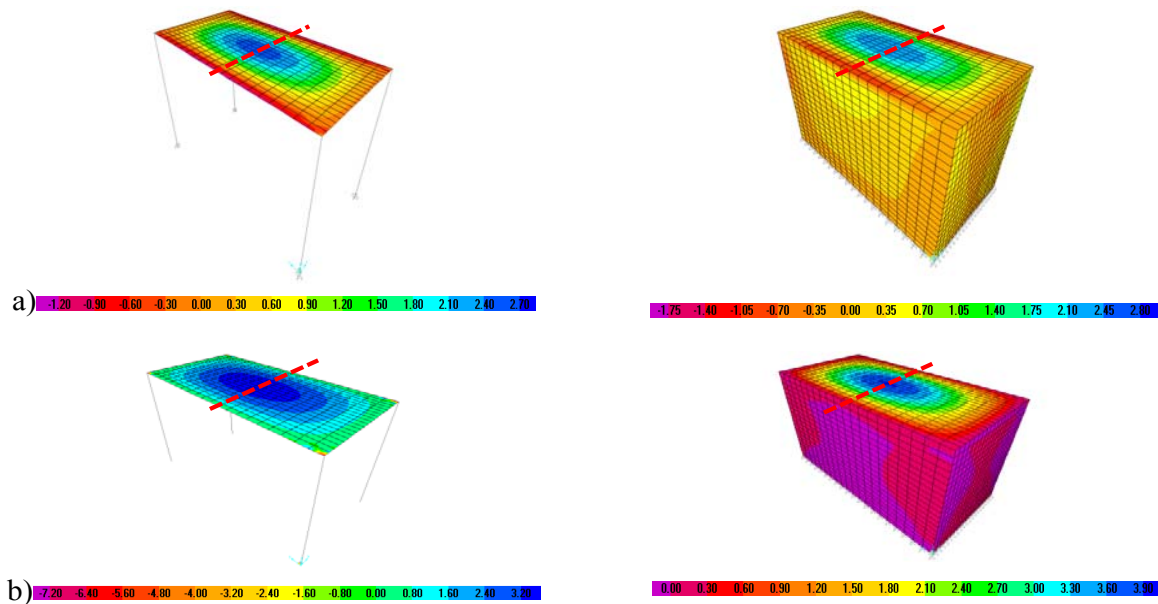


Fig. 13: Distribución de momentos (kN m) en franjas del lado corto del panel aislado tipo: a) I y b) II.

Aunque se tienen los coeficientes numéricos en todo el panel, se analizan sólo los de la franja central, donde los proporcionan las NTCC-04 y el IStructE-06, que es donde generalmente se encuentran los momentos máximos. En las Figuras 14 y 15 se muestran los coeficientes de las franjas centrales del lado corto y del lado largo, respectivamente, del panel aislado; siendo la curva denominada “Vigas”, la distribución de coeficientes en la línea central del panel soportado por vigas perimetrales, la curva denominada “Muros”, corresponde a la distribución de coeficientes del mismo panel, pero soportado por muros en su perímetro, y las líneas rectas, muestran la distribución de coeficientes proporcionados actualmente por las NTCC-04.

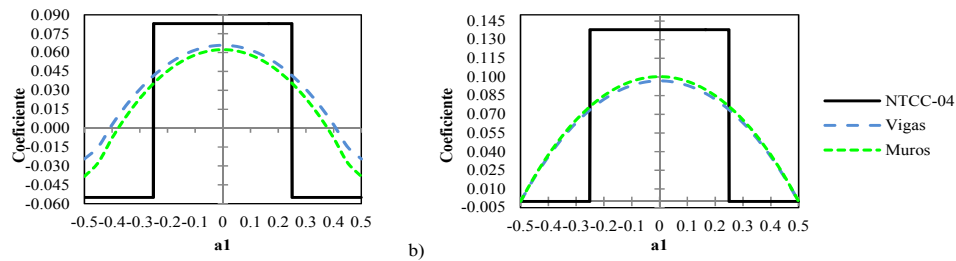


Fig. 14: Coeficientes en la franja central del lado corto de panel aislado tipo: a) I y b) II.

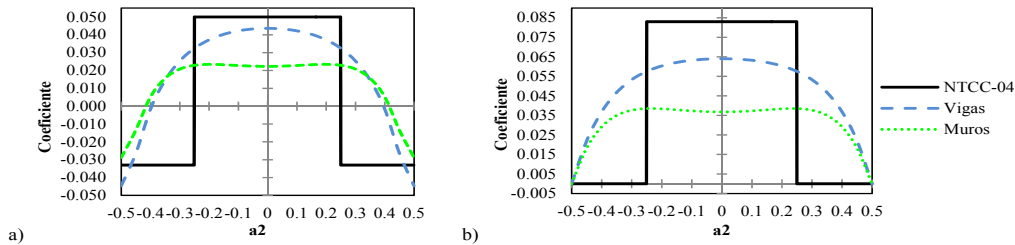


Fig. 15: Coeficientes en la franja central del lado largo de panel aislado tipo: a) I y b) II

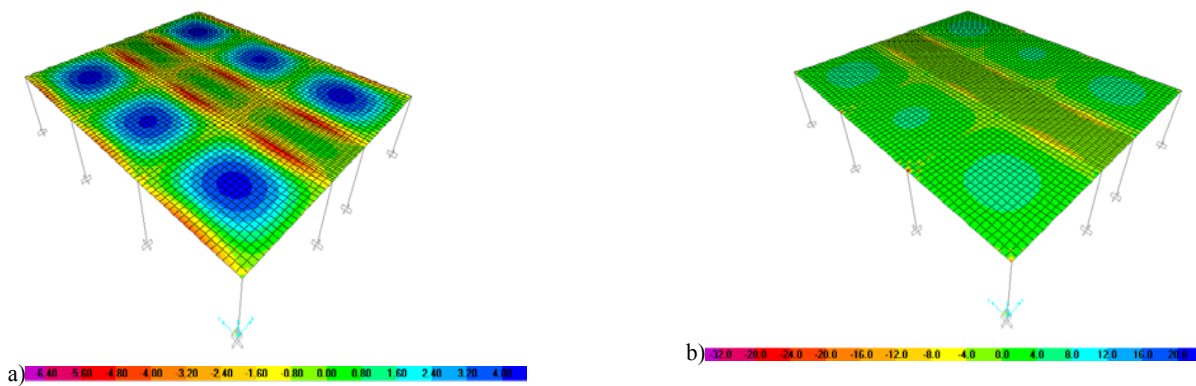


Fig. 16: Distribución de momentos (kN m) en franjas del lado corto en losa sobre vigas tipo: a) I y b) II.

Las NTCC-04 proporcionan coeficientes para la franja central, donde generalmente se presentan los momentos positivos y negativos con mayor magnitud en los paneles, en las franjas de borde se permite diseñar con el 60% de los coeficientes, puesto que la magnitud del momento disminuye hacia los bordes del panel, como se muestran en las distribuciones de momentos. Sobre la línea que se encuentra a un cuarto del borde, la magnitud de los coeficientes numéricos son entre el 60 y 70% de los coeficientes que se encuentran en la franja central.

En las Figuras 14b y 15b los coeficientes sólo tienen valores positivos, ya que se trata de la distribución de coeficientes de un panel aislado tipo II. Para este panel, los coeficientes positivos propuestos por las NTCC-04 son mayores a los calculados numéricamente; sin embargo, en la Fig. 15a los coeficientes negativos son menores. De la distribución de momentos en la franja corta y larga de la losa apoyada sobre vigas y muros de las Figs. 16 a 17, sólo se considera la distribución de momentos del panel interior y de un panel de borde con un lado corto discontinuo para determinar los coeficientes numéricos. En la losa tipo I, los momentos negativos en los bordes interiores son mayores a los momentos en bordes perimetrales, tal como se esperaba, pues los paneles adyacentes causan que la rigidez a torsión sea mayor que en un borde extremo. Por la misma razón, los momentos negativos sólo se presentan en bordes interiores en la losa tipo II, como la que se muestra en la Fig. 17.

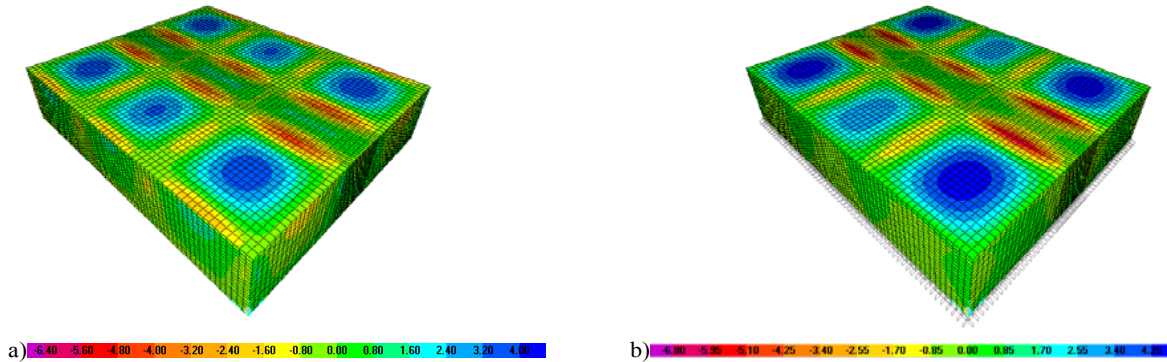


Fig. 17: Distribución de momentos (kNm) en franjas del lado corto en losa sobre muros tipo: a) I y b) II.

La Fig. 18 muestra el efecto en la distribución de los momentos de algunos paneles que causan los muros y que las losas vecinas sean más grandes, en la que se observa que en el centro del panel se producen momentos negativos, de modo que la losa se desplaza como se muestra en la Fig. 19, lo cual no está considerado en las NTCC-04, ya que en el centro siempre se supone acero para momento positivo en el lecho inferior. Este efecto también se presenta en otros paneles, como el interior y desaparece gradualmente al incrementarse la relación m , es decir, este efecto ya no se presenta para las relaciones $m=1$.

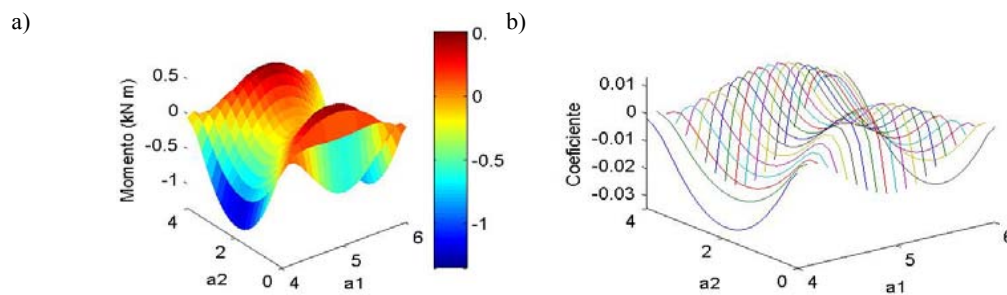


Fig. 18: Distribución en franja larga de panel de borde con un lado corto discontinuo apoyado sobre muros, tipo I de: a) momentos y b) coeficientes.



Fig. 19: Deformación en la franja central del panel de borde e interior.

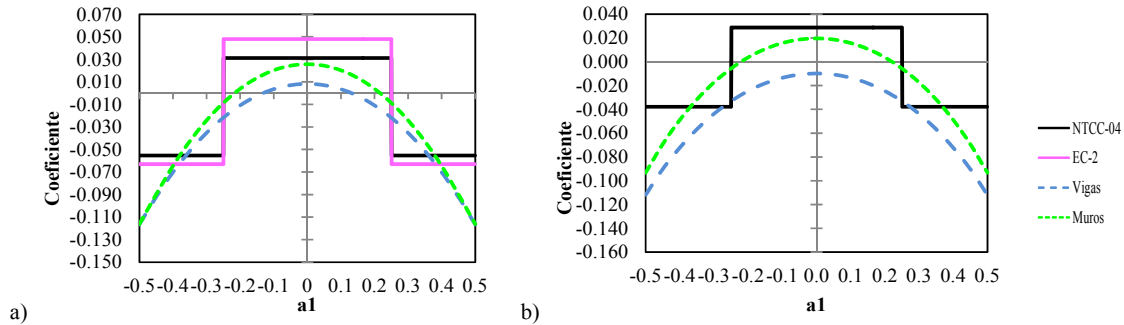


Fig. 20: Coeficientes en franja corta del panel interior tipo: a) I y b).

En el panel interior, los coeficientes positivos propuestos por las NTCC-04 son mayores a los numéricos en la franja corta, como se muestra en la Fig. 20; sin embargo, los coeficientes numéricos son mayores a los propuestos por las NTCC-04 en los extremos. En la franja larga, los coeficientes positivos numéricos de losas apoyadas sobre muros y los propuestos por las NTCC-04 tienen aproximadamente la misma magnitud, pero los primeros no se localizan en el centro del claro, sino en los extremos, como se muestra en la Fig. 21, donde también se observa que los coeficientes negativos de losas sobre muros son menores a los de las losas sobre vigas e incluso menores a los propuestos por las NTCC-04.

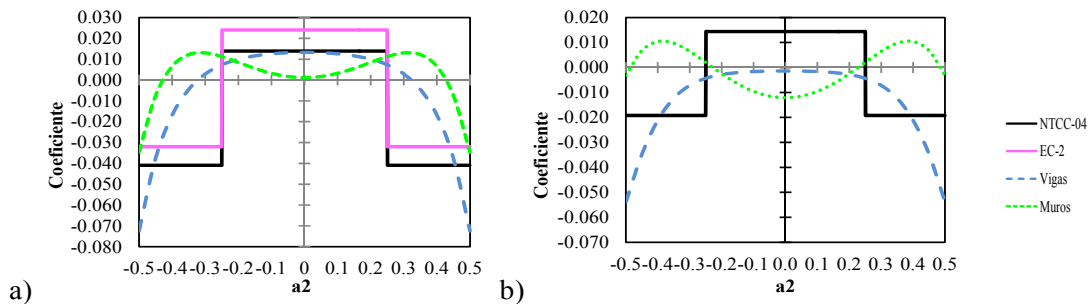


Fig. 21: Coeficientes en franja larga del panel interior tipo: a) I y b) II.

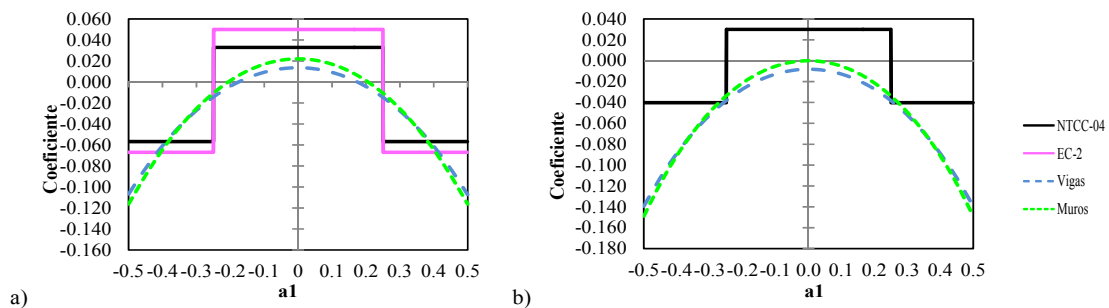


Fig. 22: Coeficientes en la franja paralela al borde discontinuo del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo: a) I y b) II.

En los paneles de borde, los coeficientes numéricos son mayores a los de las NTCC-04 en los bordes de la franja paralela al borde discontinuo mostrando magnitudes simétricas al centro, como se muestra en la Fig. 22, pero en la franja perpendicular al borde discontinuo, la magnitud de los coeficientes es asimétrica como se muestra en la Fig. 23, ya que la rigidez en el borde extremo es menor que en el borde interior. En paneles apoyados sobre vigas, este efecto produce que el momento máximo positivo no se encuentre en el centro del panel, sino cerca del borde con menor rigidez como se muestra en la Fig. 23. Los muros producen en los paneles tipo I, que los momentos positivos máximos se produzcan a un cuarto de los extremos, no obstante, en losas tipo II, los muros producen momentos negativos en el centro del panel y momentos máximos positivos a una distancia menor a un cuarto del claro respecto al borde interior.

Los coeficientes de momento positivo propuestos por el IStructE-06 son mayores a los de las NTCC-04 en todos los casos; sin embargo, en algunos casos los coeficientes en los bordes interiores, son iguales o presentan una pequeña diferencia. De los resultados obtenidos se destaca que los coeficientes que presenta el IStructE-06 para determinar el momento positivo son iguales o mayores a los coeficientes numéricos. En bordes discontinuos, los coeficientes de momento negativo del IStructE-06 son, en todos los casos, mayores a los calculados numéricamente; sin embargo, en los bordes interiores son ligeramente menores. Note en la Tabla 1 que el IStructE-06 utiliza un sólo coeficiente para calcular el momento negativo en cada panel, el cual se emplea, tanto en los bordes interiores como extremos y en todas las relaciones de lados.

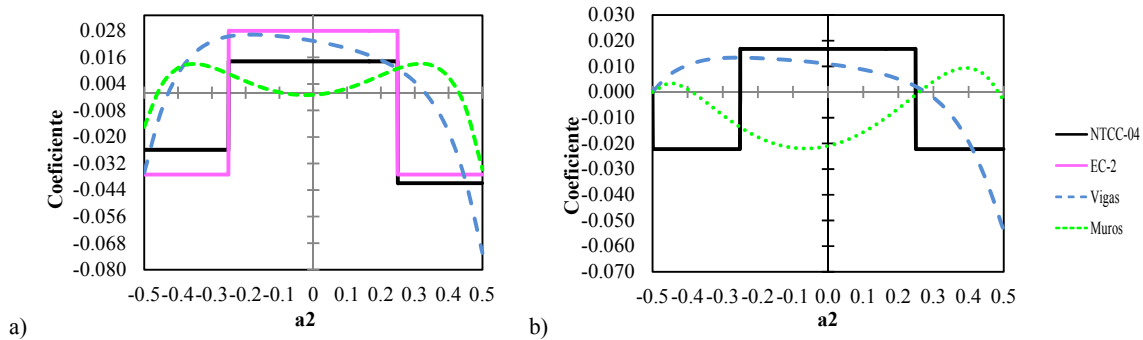


Fig. 23: Coeficientes en la franja perpendicular al borde discontinuo del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo: a) I y b) II.

4. COMPARACIÓN DE LOS COEFICIENTES PROPUESTOS POR LAS NTCC-04

Las NTCC-04 actualmente presentan un total de 408 coeficientes para determinar los momentos en distintos paneles, los cuales se compararon con los coeficientes numéricos obtenidos en este trabajo. En la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos, donde los coeficientes sombreados son los coeficientes calculados numéricamente que resultaron ser mayores a los propuestos por las NTCC-04, mientras que los valores que no están sombreados son los que actualmente proponen las NTCC-04 y que resultaron mayores a los coeficientes calculados numéricamente.

Tabla 2: Coeficientes máximos en franjas centrales¹

Tablero	Momento	Relación de lados corto a largo, $m=a_1/a_2$														
		Claro	0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I ²	II ³	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	1160	1450	907	1096	736	894	607	742	503	619	418	519
		largo	516	544	550	630	517	620	492	604	466	577	436	543		
	Positivo	corto	630	668	312	322	331	310	330	329	298	302	256	259	209	209
		largo	175	181	139	144	174	139	200	172	213	192	216	204		
De borde Un lado corto discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	1163	1691	965	1326	785	1072	652	895	546	746	460	639
		largo	516	544	561	630	525	620	498	604	470	577	440	543	421	
	Neg. en bordes dis. Positivo	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
		corto	630	668	329	356	292	306	331	288	311	307	276	288	238	255
De borde Un lado largo discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	179	187	232	201	263	225	266	254	266	270	263	277	286	346
		largo	1060	1143	1292	1597	981	1219	777	965	628	777	512	596	421	519
	Neg. en bordes dis. Positivo	largo	587	687	566	883	540	829	513	769	482	735	483	700	461	652
		corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	1382	1899	1046	1410	830	1119	675	785	557	759	465	652
		largo	600	713	580	875	545	829	516	769	484	704	486	700	465	652
	Neg. en bordes discontinuos	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	333	0	320	0	298	0	270	0	241	0	190	0
Positivo	corto	751	912	452	523	437	535	397	490	338	436	306	386	296	381	
	largo	191	212	298	345	294	362	292	368	288	365	274	358	289	381	
Extremo Tres bordes discontinuos un lado largo continuo	Neg. en borde cont. Neg. en bordes discontinuos	corto	1060	1143	1470	2146	1108	1602	882	1272	730	1050	650	886	570	710
		corto	651	0	370	0	340	0	310	0	280	0	250	0	220	0
	Positivo	largo	220	0	361	0	337	0	310	0	280	0	220	0	220	0
		corto	751	912	730	800	670	760	610	710	550	650	490	600	430	540
Extremo Tres bordes discontinuos un lado corto continuo	Neg. en borde cont. Neg. en bordes discontinuos	largo	185	200	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520
		corto	570	710	570	1172	570	1122	570	1042	570	949	570	852	570	710
	Positivo	corto	570	0	480	0	420	0	370	0	310	0	270	0	220	0
		largo	330	0	448	0	402	0	220	0	313	0	220	0	220	0
Aislado Cuatro lados discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	1100	1670	960	1060	840	950	730	850	620	740	540	660	430	520
		largo	200	250	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540
	Positivo	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0
		largo	330	0	446	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0
Positivo	corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830	
	largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	

¹ Para las franjas extremas multiplíquese los coeficientes por 0.60² Caso I. Losa colada monolíticamente con sus apoyos.³ Caso II. Losa no colada monolíticamente con sus apoyosLos coeficientes multiplicados por $10^{-4}wa_1^2$, dan momentos flexionantes por unidad de ancho; si w está en kN/m^2 (en kg/m^2) y a_1 en m, el momento da en kN-m/m (en kg-m/m)Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas, para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder del claro libre más dos veces el espesor de la losa

Es válido utilizar estos coeficientes para calcular los momentos de diseño cuando los paneles estén apoyados sobre: 1) vigas principales, que a su vez estén apoyadas en sus esquinas, 2) en muros y 3) algunos de sus bordes en vigas y el resto en muros.

No es válido utilizar los coeficientes en tableros apoyados sobre vigas secundarias, pues los momentos obtenidos tienen otra distribución.

Por lo que en este caso se recomienda realizar el modelado numérico del sistema de losa.

Tabla 3: Relación entre los coeficientes numéricos máximos y los propuestos por las NTCC-04 en franjas centrales

Tablero	Momento	Relación de lados corto a largo, $m=a_1/a_2$														
		Claro	0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I ²	II ³	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	1.00	1.00	2.10	2.57	1.85	2.20	1.70	2.04	1.59	1.92	1.51	1.83	1.45	1.78
		largo	1.00	1.00	1.34	1.46	1.32	1.50	1.33	1.56	1.34	1.60	1.36	1.64	1.45	1.78
	Positivo	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.23	1.12	1.45	1.39	1.55	1.52	1.62	1.58	1.66	1.61
		largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.30	1.00	1.54	1.27	1.67	1.45	1.70	1.56	1.66	1.61
De borde Un lado corto discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	1.00	1.00	2.05	2.85	1.91	2.49	1.74	2.24	1.62	2.08	1.53	1.92	1.46	1.85
		largo	1.00	1.00	1.37	1.46	1.34	1.50	1.34	1.54	1.34	1.56	1.35	1.59	1.42	1.67
	Neg. en bordes dis. Positivo	largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.38	1.10	1.54	1.40	1.65	1.59	1.79	1.77
De borde Un lado largo discontinuo	Neg. en bordes interiores	largo	1.00	1.00	1.63	1.35	1.92	1.57	2.00	1.82	2.03	1.97	2.04	2.03	2.22	2.57
		corto	1.00	1.00	2.22	2.56	1.91	2.22	1.72	2.01	1.58	1.85	1.48	1.64	1.42	1.67
	Neg. en bordes dis. Positivo	largo	1.00	1.00	1.22	1.62	1.22	1.62	1.25	1.64	1.27	1.73	1.39	1.82	1.46	1.88
		corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1.00	1.00	2.31	2.91	1.97	2.42	1.76	2.15	1.61	1.69	1.50	1.84	1.44	1.79
		largo	1.00	1.00	1.22	1.55	1.20	1.53	1.20	1.52	1.23	1.54	1.35	1.71	1.44	1.79
	Neg. en bordes discontinuos Positivo	largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		corto	1.00	1.00	1.29	1.00	1.29	1.00	1.26	1.00	1.22	1.00	1.17	1.00	1.00	1.00
Extremo Tres bordes discontinuos un lado largo continuo	Neg. en borde cont. discontinuos	corto	1.00	1.00	1.26	1.26	1.43	1.51	1.53	1.64	1.56	1.76	1.74	1.94	2.16	2.49
		largo	1.00	1.00	1.96	2.05	2.01	2.22	2.06	2.33	2.06	2.34	1.98	2.32	2.11	2.49
	Positivo	corto	1.00	1.00	1.52	2.01	1.25	1.59	1.09	1.35	1.00	1.21	1.00	1.12	1.00	1.00
		largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Extremo Tres bordes discontinuos un lado corto continuo	Neg. en bordes discontinuos	largo	1.00	1.00	1.00	1.65	1.00	1.58	1.00	1.47	1.00	1.34	1.00	1.20	1.00	1.00
		corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	Positivo	largo	1.00	1.00	2.04	1.00	1.83	1.00	1.00	1.00	1.42	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Aislado Cuatro lados discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		corto	1.00	1.00	1.35	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	Positivo	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830

¹ Para las franjas extremas multiplíquese los coeficientes por 0.60

² Caso I. Losa colada monolíticamente con sus apoyos.

³ Caso II. Losa no colada monolíticamente con sus apoyos

Los coeficientes multiplicados por $10^{-4}wa_1^2$, dan momentos flexionantes por unidad de ancho; si w esta en kN/m² (en kg/m²) y a_1 en m, el momento da en kN-m/m (en kg-m/m)

Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas, para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder del claro libre más dos veces el espesor de la losa

Es válido utilizar estos coeficientes para calcular los momentos de diseño cuando los paneles estén apoyados sobre: 1) vigas principales, que a su vez estén apoyadas en sus esquinas, 2) en muros y 3) algunos de sus bordes en vigas y el resto en muros.

No es válido utilizar los coeficientes en tableros apoyados sobre vigas secundarias, pues los momentos obtenidos tienen otra distribución.

Por lo que en este caso se recomienda realizar el modelado numérico del sistema de losa.

Normalizando los valores de los coeficientes máximos obtenidos numéricamente de la Tabla 2 respecto a los valores propuestos por las NTCC-04, se obtienen los valores presentados en la Tabla 3, donde se observan casos en los que la magnitud de los coeficientes numéricos es el doble o mayor que la magnitud de los coeficientes actualmente recomendados por las NTCC-04. Los coeficientes numéricos positivos de los paneles interiores de ambos tipos (I y II) son menores a los propuestos por las NTCC-04, sólo para la relación $m=0.5$, mientras que para las otras relaciones, son mayores. Los coeficientes positivos máximos en el lado corto se presentan cuando se tienen muros, mientras que en la otra dirección, los momentos positivos máximos se obtiene de los paneles apoyados sobre las vigas. Los muros producen que la distribución de los momentos en paneles interiores con relación $m<0.7$ presenten dos máximos positivos cerca de los bordes, como se muestra en la Fig. 18a, y en el centro un coeficiente que puede ser negativo como el que se muestra en la Fig. 18b.

Los coeficientes negativos numéricos de mayor magnitud se presentan en los extremos de la franja corta, los cuales pueden ser mayores al 200% que los actualmente propuestos por las NTCC-04. Las diferencias de coeficientes en la franja larga son del 20% para paneles tipo I y entre el 30% y 40% en los paneles tipo II. Los paneles de borde con un lado corto discontinuo tienen menor rigidez a flexión en el borde discontinuo, por lo que los coeficientes negativos en este borde son menores a los coeficientes negativos de los bordes interiores. En la dirección corta, la distribución de coeficientes es simétrica; sin embargo, en la otra dirección no lo es, debido a la diferencia de rigideces en los bordes.

La diferencia entre los coeficientes numéricos negativos y de las NTCC-04 es del 200% en paneles de borde con un lado corto discontinuo tipo II, en la dirección corta y en paneles tipo I, esta diferencia de coeficientes es máxima en el panel con relación $m=0.5$ y decrece hasta ser el 20% en el panel con relación $m=1$. En los bordes interiores de los paneles tipo I en la dirección larga, la diferencia de coeficientes es del 20%, mientras que en paneles tipo II la diferencia es del 20 a 30%. En los bordes extremos los coeficientes numéricos son menores o iguales a los de las NTCC-04. Los momentos positivos en estos paneles son 200% más grandes que los de las NTCC-04, mientras que en los otros casos es menor.

El comportamiento descrito en los paneles de borde con un lado corto discontinuo se repite en los paneles de borde con un lado largo discontinuo, con la diferencia de que la distribución de coeficientes es asimétrica en la dirección corta de los paneles y simétrica en la dirección larga. Las diferencias entre coeficientes en paneles de borde con un lado largo discontinuo tipo I, en la franja larga es del 20% en los bordes interiores y en los coeficientes positivos del 200%. En paneles tipo II, la diferencia en los coeficientes positivos y negativos es mayor. En la dirección corta de paneles de borde con un lado largo discontinuo tipo I, los coeficientes numéricos en el borde discontinuo son menores a los de las NTCC-04, mientras que en el borde interior la diferencia máxima es de 150% y disminuye hasta el 20% a medida que se incrementa la relación m . En paneles de borde con un lado largo discontinuo tipo II, la diferencia de la magnitud de coeficientes es del 300% en la dirección corta en bordes interiores y la cual decrece, igualmente hasta una diferencia del 150% al incrementar la relación m .

Los paneles de esquina tienen en todos los casos distribuciones de coeficientes asimétricas, debido a los bordes discontinuos. Los coeficientes positivos de las NTCC-04, son menores a los numéricos y la diferencia entre ellos aumenta con la relación m y en algunos casos es del 250% o mayor. En los bordes extremos los coeficientes numéricos son iguales o menores a los de las NTCC-04, mientras que en los bordes interiores la diferencia es variable en ambos tipos de paneles y en ambas direcciones.

En los paneles de extremo con un lado corto discontinuo y de extremo con un lado largo discontinuo, los coeficientes de momentos propuestos por las NTCC-04 son mayores a los coeficientes numéricos positivos en todos los casos y en la mayoría de los coeficientes negativos de los bordes. En los casos donde los coeficientes numéricos son mayores a los de las NTCC-04, la mayor diferencia entre estos se encuentra en los paneles con relación $m=0.5$ que al igual que en otros tipos de paneles, esta disminuye a medida que aumenta la relación m .

En los paneles aislados los coeficientes de momento positivo que presentan las NTCC-04 son mayores a los coeficientes numéricos y sólo hay diferencia en los coeficientes de momento negativo en los bordes de los paneles tipo II, en franja larga, los cuales disminuyen a medida que incrementa la relación m .

5. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se presenta el diseño de una losa de entripiso de un inmueble que funciona como oficinas, cuyas dimensiones e identificación de tableros se muestran en la Fig. 24. Para el sistema de piso se propone una losa maciza de concreto con un espesor $h=12$ cm, considerando un peralte $d=10$ cm y un recubrimiento de 2 cm con el que la carga muerta de la losa es de $w_m = 4,491.446$ Pa (458 kg/m²), como se describe en la Tabla 4. La carga viva es de $w_v=2,451.662$ Pa (250 kg/m²), con la que se determinó la carga de servicio w y la carga de diseño w_u , utilizando un factor de carga de 1.4

como se muestra en la Tabla 5. El material de la losa es concreto con las propiedades mecánicas siguientes: módulo de Young $E=2.171 \times 10^4$ MPa (2.214×10^5 kg/cm²), relación de Poisson, $\nu=0.2$, y esfuerzo último a compresión, 24.517 MPa (250 kg/cm²). Se consideró una continuidad tipo II, pues la losa se construirá no monolíticamente con sus vigas de apoyo.

Tabla 4: Descripción de la los componentes de carga muerta.

Descripción	Unidad	
	Pa	kg/m ²
Losa de 12 cm de espesor	2,824.42	288
Yeso	392.28	40
Pegazulejo	294.21	30
Piso cerámico	588.42	60
Carga adicional	392.28	40
Carga muerta total (W_m)	4,491.61	458.00

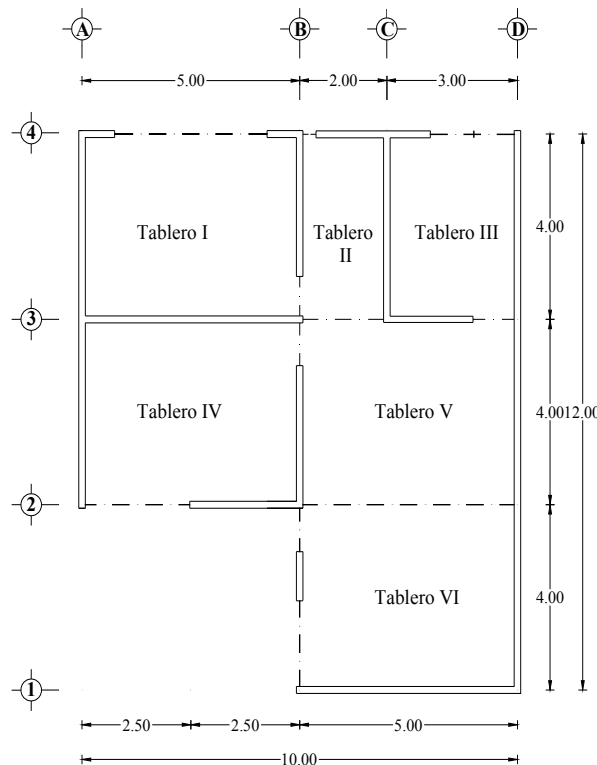


Fig. 24: Asignación de tableros en planta de oficinas

5.1 REVISIÓN DEL PERALTE MÍNIMO

El peralte mínimo de la losa se revisó considerando el tablero VI, pues aunque los tableros I, IV y V tiene el mismo perímetro, es el tablero VI que se considera más desfavorable por tener tres bordes discontinuos. El peralte mínimo

para omitir el cálculo de deflexiones se determina como:

$$k = 0.032 \sqrt[4]{0.6(4200) \cdot 708} = 17$$

$$d_{\min} = \frac{1.5(400 + 500 + 400) + 500}{250} k = 11.461 \text{ cm} \quad (3)$$

Tabla 5: Descripción de las cargas de análisis.

Descripción	Unidad	
	Pa	kg/m ²
Carga muerta total (w_m)	4,491.61	458.00
Carga viva (w_v)	2,451.75	250.00
Carga de servicio (w)	6,943.36	708.00
Carga de diseño (w_u)	9,720.70	991.20

Tabla 6: Descripción de las cargas de análisis modificadas.

Descripción	Unidad	
	Pa	kg/m ²
Carga muerta total (w_m)	4,962.34	506.00
Carga viva (w_v)	2,451.75	250.00
Carga de servicio (w)	7,414.09	756.00
Carga de diseño (w_u)	10,379.73	1,058.4

En la ec. (3), los tres bordes discontinuos del tablero VI se incrementaron el 50%, pues la losa está colada no monolíticamente con sus vigas de apoyo, pues en el caso de estar monolíticamente se incrementa solo el 25%. El peralte propuesto es menor al mínimo, 10 cm < 11.46 cm, por lo que se propone modificar el peralte y espesor tal que $d=12$ cm y $h=14$ cm, incluyendo 2 cm de recubrimiento, por lo que las cargas de análisis se modifican como se muestran en la Tabla 6.

El peralte mínimo modificado para omitir el cálculo de deflexiones se determina con la carga de servicio modificada como:

$$k = 0.032 \sqrt[4]{0.6(4200) \cdot 756} = 189$$

$$d_{\min} = \frac{1.5(400 + 500 + 400) + 500}{250} k = 11.651 \text{ cm} \quad (4)$$

por lo que se valida el peralte $d=12$ cm.

5.2 REVISIÓN POR FUERZA CORTANTE DEL PERALTE PROPUESTO

Considerando $a_1=4$ m y $a_2=5$ m en el tablero VI, la fuerza cortante máxima que ocurre es:

$$V_u = \left(\frac{a_1}{2} - d \right) \left(0.95 - 0.5 \frac{a_1}{a_2} \right) w_u = 1094.386 \text{ kg} \quad (5)$$

Mientras que la resistencia de la losa a fuerza cortante es:

$$V_r = 0.5F_Rbd\sqrt{f_c^*} = 6788.2251 \text{ kg} \quad (6)$$

Puesto que $V_u < V_p$, se acepta el peralte $d=12$ cm para el diseño del armado de la losa.

5.3 CÁLCULO DE LOS MOMENTOS DE DISEÑO

Para determinar los momentos de diseño, se identificaron los seis tableros mostrados en la Fig. 24, a los que se les asignó los coeficientes de diseño proporcionados por las NTCC-04, así como los que se proponen en este artículo en la Tabla 2. Los valores de los coeficientes en cada tablero, para continuidad tipo II, se muestran respectivamente en las Figs. 25 a y b. Sólo a los coeficientes del tablero III, que tiene una relación de lados $m=0.75$, se les realizó una interpolación lineal entre los valores inmediatos superior e inferior, *i.e.*, $m = 0.70$ y $m = 0.80$.

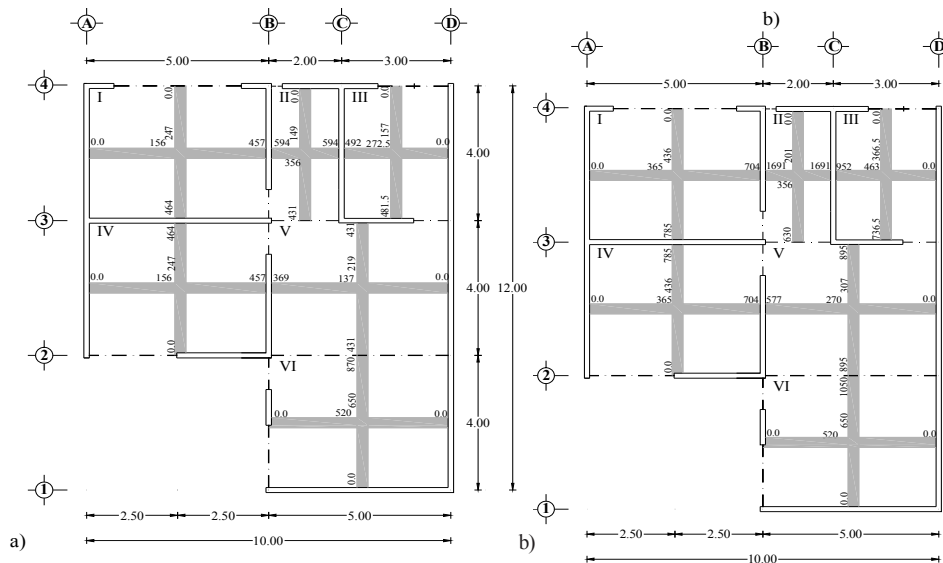


Fig. 25: Coeficientes de diseño a) NTCC-04 y b) propuestos.

Los momentos de diseño se determinaron con la ec. (1), donde la carga distribuida corresponde a la de diseño de $w_u = 10,379.73$ Pa ($1,058.4\text{kg/m}^2$) en todos los tableros. El cálculo detallado de los momentos de diseño para cada uno de los tableros, utilizando los coeficientes de las NTCC-04 y los propuestos en la Tabla 2, se muestran respectivamente en las Tablas 7 y 8, donde se observa que la mayoría de los momentos calculados con los coeficientes propuestos tienen mayor magnitud que los calculados con los propuestos con las NTCC-04, con una relación de hasta 2.8 como se muestra en la Tabla 9, la cual corresponde al Tablero II, borde interior, claro corto. Los momentos de diseño en las franjas centrales de cada tablero se muestran respectivamente en la Fig. 26.

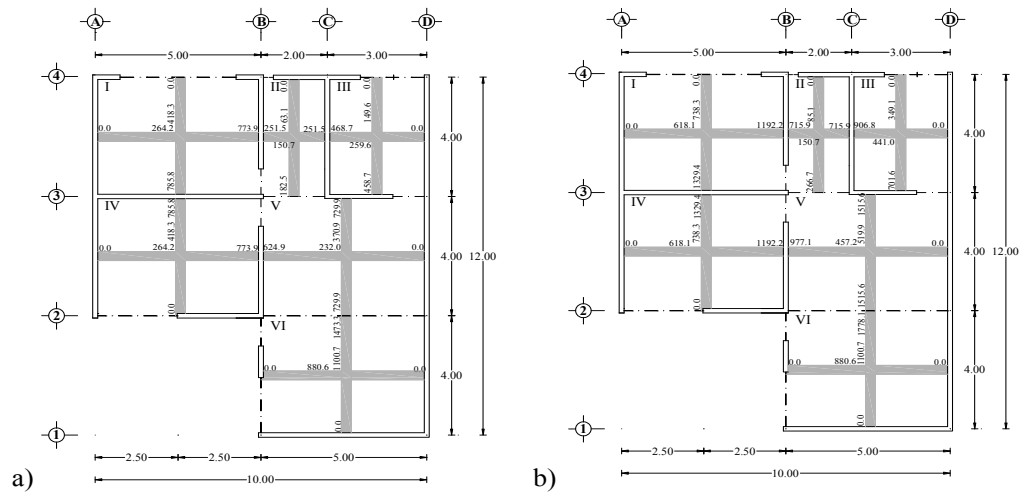


Fig. 26: Momentos de diseño calculados con los coeficientes: a) NTCC-04 y b) propuestos.

Se realizó una redistribución de momentos, m_i y m_j , entre los borde de dos tableros, i y j , como se muestra en la Fig. 27. Para la redistribución de momentos, se calcula el momento de disequilibrio como:

$$m_{de} = |m_i - m_j| \tag{7}$$

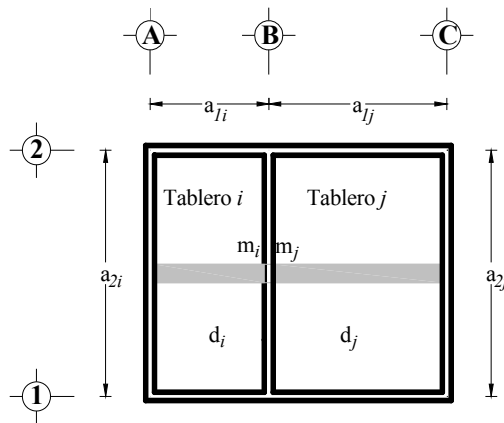


Fig. 27. Descripción geométrica para la redistribución de tableros.

El momento por distribuir es:

$$m_d = k_d m_{de} \tag{8}$$

Donde la constante de distribución es $k_d = 1$ cuando las losas coladas no monolíticamente con sus apoyos y de $k_d = 2/3$ para cuando las losas están coladas monolíticamente con sus apoyos. Los factores de ajuste se determina para cada tablero como:

$$f_{ai} = \frac{k_i}{k_i + k_j}; \quad f_{aj} = \frac{k_j}{k_i + k_j} \tag{9}$$

Donde las rigideces de ambos tablero se determinan como:

$$k_i = \frac{d_i^3}{a_{1i}}; k_j = \frac{d_j^3}{a_{1j}} \quad (10)$$

Con los factores de ajuste que se determinan los momentos adicionales:

$$m_{ai} = f_{ai} m_d; m_{aj} = f_{aj} m_d \quad (11)$$

Finalmente, los momentos ajustados se determinan como:

$$\begin{aligned} \text{si } & \left(> m_j ; M_{ai} \right) = m_i - m_{ai}; M_{aj} = m_j + m_{ai} \\ \text{si } & \left(< m_j ; M_{aj} \right) = m_i + m_{ai}; M_{aj} = m_j - m_{ai} \end{aligned} \quad (12)$$

La redistribución de momentos se realizó en seis bordes de tableros utilizando las ecs. (7) a (12). El cálculo detallado se muestra en las tablas 7 y 8, donde se observa que el tablero V tiene un borde contiguo con los tableros II y III, por lo que se realizó el ajuste con ambos, pero se asignó el valor mayor al tablero V, *i.e.*, 613.6 kg-m y 1166.7 kg-m para los momentos respectivamente calculados con las NTCC-04 y los coeficientes propuestos. Las magnitudes de los momentos redistribuidos se muestran en la Fig. 28, donde se observa que se tiene la misma magnitud de momentos en los bordes los tableros contiguos, debido a que se asume que no influye la torsión de los apoyos en los bordes de las losas al estar coladas no monolíticamente con sus vigas de apoyo.

Tabla 7: Determinación de momentos de diseño con coeficientes de las NTCC-04.

Tablero	a ₁	a ₂	a ₁ /a ₂	Tipo de tablero	Momentos	Coeficientes		M (kg m)		M (N m)	
						C. Corta	C. Largo	C. Corta	C. Largo	C. Corta	C. Largo
I	4	5	0.80	Esquina	M(-) Borde interior	464	457	785.8	773.9	7705.9	7589.7
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	247	156	418.3	264.2	4102.1	2590.8
II	2	4	0.50	Borde lado corto discontinuo	M(-) Borde interior	594	431	251.5	182.5	2466.2	1789.5
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	356	149	150.7	63.1	1478.1	618.6
III	3	4	0.75	Esquina	M(-) Borde interior	492	481.5	468.7	458.7	4596.1	4498.1
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	272.5	157	259.6	149.6	2545.6	1466.7
IV	4	5	0.80	Esquina	M(-) Borde interior	464	457	785.8	773.9	7705.9	7589.7
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	247	156	418.3	264.2	4102.1	2590.8
V	4	5	0.80	Borde lado corto discontinuo	M(-) Borde interior	431	369	729.9	624.9	7157.9	6128.2
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	219	137	370.9	232.0	3637.1	2275.2
VI	4	5	0.80	Extremo la largo continuado	M(-) Borde interior	870	0	1473.3	0.0	14448.6	0.0
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	650	520	1100.7	880.6	10794.9	8635.9

Tabla 8: Determinación de momentos de diseño con coeficientes propuestos

Tablero	a ₁	a ₂	a ₁ /a ₂	Tipo de tablero	Momentos	Coeficientes		M (kg m)		M (N m)	
						C. Corta	C. Largo	C. Corta	C. Largo	C. Corta	C. Largo
I	4	5	0.80	Esquina	M(-) Borde interior	785	704	1329.4	1192.2	13036.9	11691.7
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	436	365	738.3	618.1	7240.9	6061.8
II	2	4	0.50	Borde lado corto discontinuo	M(-) Borde interior	1691	630	715.9	266.7	7020.8	2615.7
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	356	201	150.7	85.1	1478.1	834.5
III	3	4	0.75	Esquina	M(-) Borde interior	952	736.5	906.8	701.6	8893.4	6880.2
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	463	366.5	441.0	349.1	4325.2	3423.8
IV	4	5	0.80	Esquina	M(-) Borde interior	785	704	1329.4	1192.2	13036.9	11691.7
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	436	365	738.3	618.1	7240.9	6061.8
V	4	5	0.80	Borde lado corto discontinuo	M(-) Borde interior	895	577	1515.6	977.1	14863.8	9582.6
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	307	270	519.9	457.2	5098.5	4484.0
VI	4	5	0.80	Extremo lado largo continuo	M(-) Borde interior	1050	0	1778.1	0.0	17437.9	0.0
					M(-) Borde discontinuo	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0
					M(+)	650	520	1100.7	880.6	10794.9	8635.9

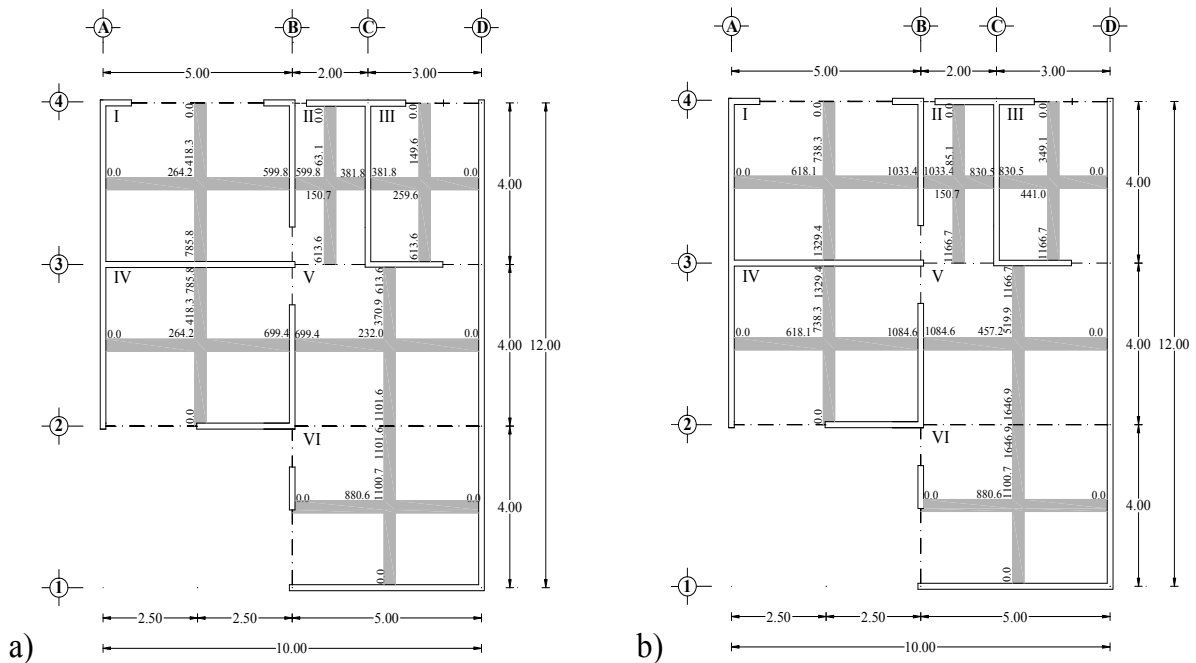


Fig. 28: Redistribución de momentos de diseño calculados con los coeficientes: a) NTCC-04 y b) propuestos.

Tabla 9: Relación de momentos calculados con las NTCC-04 y los propuestos en la Tabla 2

Tablero	Tipo de tablero	Momentos	M(NTCC-04)/M(Tabla2)	
I	Esquina	M(-) Borde interior	1.7	1.5
		M(-) Borde discontinuo		
		M(+)	1.8	2.3
II	Borde lado corto discontinuo	M(-) Borde interior	2.8	1.5
		M(-) Borde discontinuo		
		M(+)	1.0	1.3
III	Esquina	M(-) Borde interior	1.9	1.5
		M(-) Borde discontinuo		
		M(+)	1.7	2.3
IV	Esquina	M(-) Borde interior	1.7	1.5
		M(-) Borde discontinuo		
		M(+)	1.8	2.3
V	Borde lado corto discontinuo	M(-) Borde interior	2.1	1.6
		M(-) Borde discontinuo		
		M(+)	1.4	2.0
VI	Extremo lado largo continuo	M(-) Borde interior	1.2	
		M(-) Borde discontinuo		
		M(+)	1.0	1.0

Tabla 10: Ajuste de momentos calculados con los coeficientes de las NTCC-04

Momentos a distribuir		1.0 M _i -M _j	k _i	k _j	f _{ai}	f _{aj}	Momentos adicionales		Momentos ajustados	
M _i (kg m)	M _j (kg m)	(kg m)	(m ²)	(m ²)			m _{a1} (kg m)	m _j (kg m)	M _{a1} (kg m)	M _j (kg m)
I C. largo interior (-)	II C. corto interior (-)								I C. largo interior (-)	II C. corto interior (-)
773.9	251.5	522.4	0.0004	0.00086	0.333	0.667	174.1	348.3	599.8	600
II C. corto interior (-)	III C. corto interior (-)								II C. corto interior (-)	III C. corto interior (-)
251.5	468.7	217.2	0.00086	0.00058	0.600	0.400	130.3	86.9	381.8	381.8
II C. largo interior (-)	V C. corto interior (-)								II C. largo interior (-)	V C. corto interior (-)
182.5	729.9	547.4	0.00086	0.00043	0.667	0.333	364.9	182.5	547.4	547.4
III C. largo interior (-)	V C. corto interior (-)								III C. largo interior (-)	V C. corto interior (-)
458.7	729.9	271.2	0.00058	0.00043	0.571	0.429	155.0	116.2	613.6	613.6
IV C. largo interior (-)	V C. largo interior (-)								IV C. largo interior (-)	V C. largo interior (-)
773.9	624.9	149.0	0.00043	0.00043	0.500	0.500	74.5	74.5	699.4	699.4
+V C. corto interior (-)	VI C. corto interior (-)								V C. corto interior (-)	VI C. corto interior (-)
729.9	1473.3	743.4	0.00043	0.00043	0.500	0.500	371.7	371.7	1101.6	1101.6

5.4 REFUERZO MÍNIMO

El refuerzo mínimo por cambios volumétricos se puede determinar de la sección 5.7 de las NTCC-04 como:

$$a_{s1} = \frac{660h}{f_y(h+100)} = 0.01684 \frac{cm^2}{cm} \quad (13)$$

En un ancho de 100 cm se tiene un área de acero mínima:

$$A_{s1} = a_{s1}100 = 1.684 \frac{cm^2}{m} \quad (14)$$

Con barras de acero del #3, la separación corresponde a:

$$s_1 = 100 \frac{a_b}{A_{s1}} = 42.32cm \quad (15)$$

Puesto que la separación entre barras no debe exceder 50cm ni 3.5 h, 42 cm, se propone una separación mínima $s_1 = 40$ cm.

Otra opción proporcionada por la NTCC-04 es utilizar la una cuantía de $r = 0.002$ para elementos protegidos de la intemperie, con la que se obtiene el área de acero mínimo siguiente:

$$A_{s2} = 0.002d = 2.4 \frac{cm^2}{m} \quad (16)$$

Con barras de acero del #3, la separación s_2 corresponde a:

$$s_2 = 100 \frac{a_b}{A_{s_{min2}}} = 29.69cm$$

Con lo que se propone una separación mínima de $s_2 = 30$ cm. Note que con esta opción, la separación es más conservadora, pues s_2 es 10 cm menor que la separación s_1 .

5.5 CÁLCULO DEL ACERO DE REFUERZO

El área del acero de refuerzo se determina a partir de la relación del momento resistente, M_R , de la ecuación siguiente:

$$M_R = F_R A_S f_y d \leq 0.5q \quad (17)$$

Donde q está dada por:

$$q = \frac{\rho f_y}{f_c} \quad (18)$$

Despejando el área de acero, A_s , de la ec. (17) e igualando el momento resistente al momento de diseño se tiene:

$$A_s = \frac{M}{F_R f_y d (1 - 0.5q)} \quad (19)$$

Donde el factor de resistencia tiene un valor de $F_R=0.9$ y asumiendo que $(1-0.5q)=0.9$ (Gallo *et al.* 2007), entonces la ec. (19) es:

$$A_s = \frac{M}{0.9 f_y d} \quad (20)$$

Tabla 11: Ajuste de momentos calculados con los coeficientes propuestos

Momentos a distribuir		1.0 M _i -M _j (kg m)	k _i (m ²)	k _j (m ²)	f _{ai}	f _{aj}	Momentos adicionales		Momentos ajustados	
M _i (kg m)	M _j (kg m)						m _{a1} (kg m)	m _j (kg m)	M _{a1} (kg m)	M _j (kg m)
I C. largo interior (-)	II C. corto interior (-)	476.3	0.00043	0.00086	0.333	0.667	158.7600	317.5200	I C. largo interior (-)	II C. corto interior (-)
1192.2	715.9								1033.4	1033.4
II C. corto interior (-)	III C. corto interior (-)	190.9	0.00086	0.00058	0.600	0.400	114.5612	76.3741	II C. corto interior (-)	III C. corto interior (-)
715.9	906.8								830.5	830.5
III C. largo interior (-)	V C. corto interior (-)	814.1	0.00058	0.00043	0.571	0.429	465.1819	348.8864	III C. largo interior (-)	V C. corto interior (-)
701.6	1515.6								1166.7	1166.7
IV C. largo interior (-)	VC. largo interior (-)	215.1	0.00043	0.00043	0.500	0.500	107.5334	107.5334	IV C. largo interior (-)	VC. largo interior (-)
1192.2	977.1								1084.6	1084.6
VC. corto interior (-)	VI C. corto interior (-)	262.5	0.00043	0.00043	0.500	0.500	131.2416	131.2416	VC. corto interior (-)	VI C. corto interior (-)
1515.6	1778.1								1646.9	1646.9

Tabla 12: Cálculo de la separación de acero para el diseño con los coeficientes propuestos con A_{s1}

Tablero	Momentos M (Kg m)				A_s Calculada (cm ² /m)			A_s Diseño (cm ² /m)				Separación calculada (cm)				Separación propuesta (cm)			
I	0.0				0.000			1.684				42.3				40			
	0.0	264.2	418.3	599.8	0.647	1.02	1.469	1.684	1.684	1.68	1.684	42.3	42.3	42.3	42.3	40	40	40	40
		785.8				1.925			1.925				37.0				35		
II	0.0				0.000			1.684				42.3				40			
	599.8	150.7	63	381.8	1.469	0.369	0.155	1.684	1.684	1.68	1.684	42.3	42.3	42.3	42.3	40	40	40	40
		613.6				1.503			1.684				42.3				40		
III	0.0				0.000			1.684				42.3				40			
	381.8	259.6	149.6	0.0	0.935	0.636	0.366	1.684	1.684	1.684	1.684	42.3	42.3	42.3	42.3	40	40	40	40
		613.6				1.503			1.684				42.3				40		
IV	0.0				0.000			1.684				42.3				40			
	0.0	264.2	418.3	699.4	0.647	1.025	1.713	1.684	1.684	1.684	1.713	42.3	42.3	42.3	41.6	40	40	40	40
		613.6				1.503			1.684				42.3				40		
V	0.0				0.000			1.684				42.3				40			
	699.4	232.0	370	0.0	1.713	0.568	0.30	1.713	1.684	1.68	1.684	41.6	42.3	42.3	42.3	40	40	40	40
		1101.6				2.698			2.698				26.4				25		
VI	0.0				0.000			1.684				42.3				40			
	0.0	880.6	1100.7	0.0	0.000	2.157	0.000	1.684	2.157	2.696	1.684	42.3	33.1	26.4	42.3	40	30	25	40
		0.0				0.000			1.684				42.3				40		

El cálculo del área de acero con la ec. (20) se muestra en las tablas 12 a 15, donde las zonas que sólo requieren acero mínimo están en sombreado claro, aquellas que con los coeficientes propuestos requieren una mayor cantidad de acero de refuerzo en sombreado oscuro y las zonas que requieren un área de acero mayor al mínimo con ambas opciones de coeficientes no están sombreadas. El área de acero mínima A_{s1} se asignó cuando $A_s < A_{s1}$ como se muestra en las tablas 12 y 13, pero el área de acero mínima A_{s2} se asignó cuando $A_s < A_{s2}$ como se muestra en las tablas 14 y 15. La distribución del acero de refuerzo para resistir los momentos calculados con los coeficientes actualmente propuestos por las NTCC-04 se muestra en las Figs. 29a y 30a, más la distribución de acero de refuerzo para los momentos calculados con los coeficientes propuestos se muestran en las Figs. 29b y 30b, para las áreas de acero mínima A_{s1} y A_{s2} , respectivamente.

Tabla 13: Separación de acero para el diseño con los coeficientes de las NTCC-04 con A_{s1}

Tablero	Momentos M (Kg m)			A_s Calculada (cm ² /m)		A_s Diseño (cm ² /m)		Separación calculada (cm)			Separación propuesta (cm)		
I	0.0	618.1	1033.4	0.0	1.5	1.7	42.3	42.3	28.2	40	40	25	
		738.3			2.5	1.7	39.4			35			
		1329.4			3.3	3.3	21.9			20			
II	1033.4	150.7	830.5	2.5	0.4	2.5	28.2	42.3	35.0	25	40	35	
		85.1			0.2	1.7	42.3			40			
		1166.7			2.9	2.9	24.9			20			
III	830.5	441.0	0.0	2.0	1.1	2.0	35.0	42.3	42.3	35	40	40	
		349.1			0.9	1.7	42.3			40			
		1166.7			2.9	2.9	24.9			20			
IV	0.0	618.1	1084.6	0.0	1.5	1.7	42.3	42.3	26.8	40	40	25	
		738.3			2.7	1.7	39.4			35			
		1329.4			3.3	3.3	21.9			20			
V	1084.6	457.2	0.0	2.7	1.1	2.7	26.8	42.3	42.3	25	40	40	
		519.9			1.3	1.7	42.3			40			
		1646.9			4.0	4.0	17.7			15			
VI	0.0	880.6	0.0	0.0	2.2	1.7	42.3	33.1	42.3	40	30	40	
		1100.7			0.0	2.7	26.4			25			
		0.0			0.0	1.7	42.3			40			

Tabla 14: Separación de acero para el diseño con los coeficientes propuestos con A_{s2}

Tablero	Momentos M (Kg m)			A_s Calculada (cm ² /m)		A_s Diseño (cm ² /m)		Separación calculada (cm)			Separación propuesta (cm)		
I	0.0	264.2	599.8	0.0	0.6	2.4	29.7	29.7	29.7	30	30	30	
		418.3			1.0	2.4	29.7			30			
		785.8			1.9	2.4	29.7			30			
II	599.8	150.7	381.8	1.5	0.4	2.4	29.7	29.7	29.7	30	30	30	
		63.1			0.2	2.4	29.7			30			
		613.6			1.5	2.4	29.7			30			
III	381.8	259.6	0.0	0.9	0.6	2.4	29.7	29.7	29.7	30	30	30	
		149.6			0.4	2.4	29.7			30			
		613.6			1.5	2.4	29.7			30			
IV	0.0	264.2	699.4	0.0	0.6	2.4	29.7	29.7	29.7	30	30	30	
		418.3			1.0	2.4	29.7			30			
		785.8			1.9	2.4	29.7			30			
V	699.4	232.0	0.0	1.7	0.6	2.4	29.7	35.7	29.7	30	30	30	
		370.9			0.9	2.4	29.7			30			
		1101.6			2.7	2.7	26.4			25			
VI	0.0	880.6	0.0	0.0	2.2	2.4	29.7	29.7	29.7	30	30	30	
		1100.7			0.0	2.7	26.4			25			
		0.0			0.0	2.4	29.7			30			

Tabla 15: Separación de acero para el diseño con los coeficientes propuestos con A_{s2}

Tablero	Momentos M (kg m)	A_s Calculada (cm ² /m)	A_s Diseño (cm ² /m)	Separación calculada (cm)	Separación propuesta (cm)
I	0.0	0.0	2.4	29.7	30
	0.0 618.1 738.3 1033.4	0.0 1.5 1.8 2.5	2.4 2.4 2.4 2.5	29.7 29.7 29.7 28.2	30 30 30 25
	1329.4	3.3	3.3	21.9	20
II	0.0	0.0	2.4	29.7	30
	1033.4 150.7 85.1 830.5	2.5 0.4 0.2 2.0	2.5 2.4 2.4 2.4	28.2 29.7 29.7 29.7	25 30 30 30
	1166.7	2.9	2.9	24.9	20
III	0.0	0.0	2.4	29.7	35
	830.5 441.0 349.1	2.0 1.1 0.9	2.4 2.4 2.4	29.7 29.7 29.7	30 30 30
	1166.7	2.9	2.9	24.9	25
IV	0.0	0.0	2.4	29.7	20
	618.1 738.3 1084.6	1.5 1.8 2.7	2.4 2.4 2.4	29.7 29.7 29.7	30 30 30
	1166.7	2.9	2.9	24.9	20
V	1084.6	0.0	2.4	29.7	30
	457.2 519.9	2.7 1.1 1.3	2.7 2.4 2.4	29.7 29.7 29.7	25 30 30
	1646.9	4.0	4.0	17.7	15
VI	0.0	0.0	2.4	29.7	30
	880.6 1100.7	2.2 2.7	2.4 2.7	29.7 33.1	30 30
	0.0	0.0	2.4	29.7	25 30

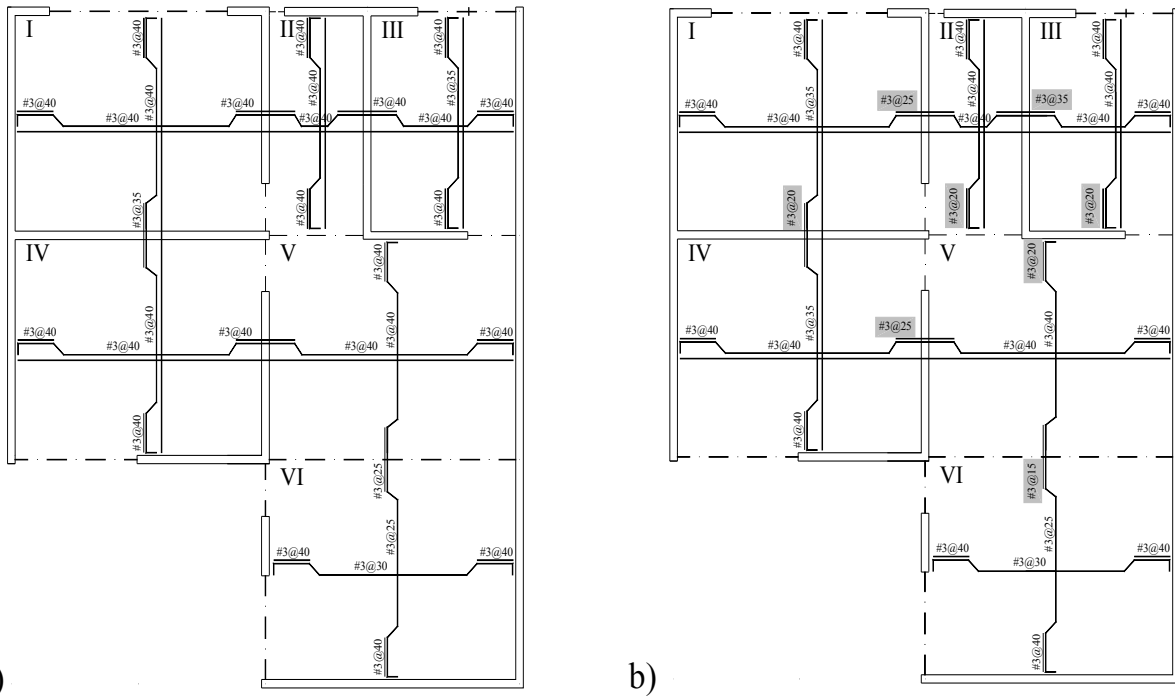


Fig. 29: Acero de refuerzo calculado con los coeficientes: a) NTCC-04 y b) propuestos, A_{s1}

En general, en este ejemplo de diseño se observó en la Tabla 9 que 19 de los 23 momentos calculados con los coeficientes numéricos son mayores hasta 2.8 veces a los calculados con los de las NTCC-04, sin incluir los que tienen un valor de cero. Al considerar el área de acero mínima A_{s1} , 6 de los momentos calculados con las NTCC-04 requieren un área mayor acero como se muestra en la Tabla 12; sin embargo, 17 de los momentos calculados con los coeficientes numéricos requieren un área mayor acero como se muestra en la Tabla 13. Por otra parte, al considerar el área de acero mínima A_{s2} , 4 de los momentos calculados con las NTCC-04 requieren un área mayor acero como se muestra en la Tabla 14; sin embargo, 13 de los momentos calculados con los coeficientes numéricos requieren un área mayor acero como se muestra en la Tabla 15.

Respecto a la colocación del acero de refuerzo de las Figs. 29 y 30, en el tablero II se deberá colocar sólo acero superior en la dirección horizontal debido a que la dimensión del claro corto es pequeña respecto a los tableros vecinos, por lo que éste tendría un comportamiento similar al del elemento intermedio de la Fig. 19. Por otra parte, la separación del acero de refuerzo en la dirección vertical de los tableros II, III y IV deberá homologarse con la separación del tablero VI, pues para su construcción deben tener separaciones congruentes.

6. CONCLUSIONES

El modelado numérico de losas permite conocer la distribución de momentos, de los que se determinan los coeficientes de diseño, con lo que se pueden eliminar incertidumbres en el diseño y así evitar problemas de agrietamiento incipiente, flechas y vibración en las losas.

Los coeficientes positivos y negativos en los bordes discontinuos que presenta el IStructE-06 son, en general, mayores a los calculados numéricamente; sin embargo, en bordes interiores son menores a los coeficientes numéricos, los cuales se encuentran aproximadamente entre el 70% y 80% de los coeficientes numéricos que se obtuvieron en los modelos con vigas perimetrales. Por el contrario, los coeficientes presentados por las NTCC-04 son, en general, menores en bordes interiores. En bordes discontinuos los coeficientes presentados por las NTCC-04 son aproximadamente el 80% del valor de los coeficientes numéricos máximos.

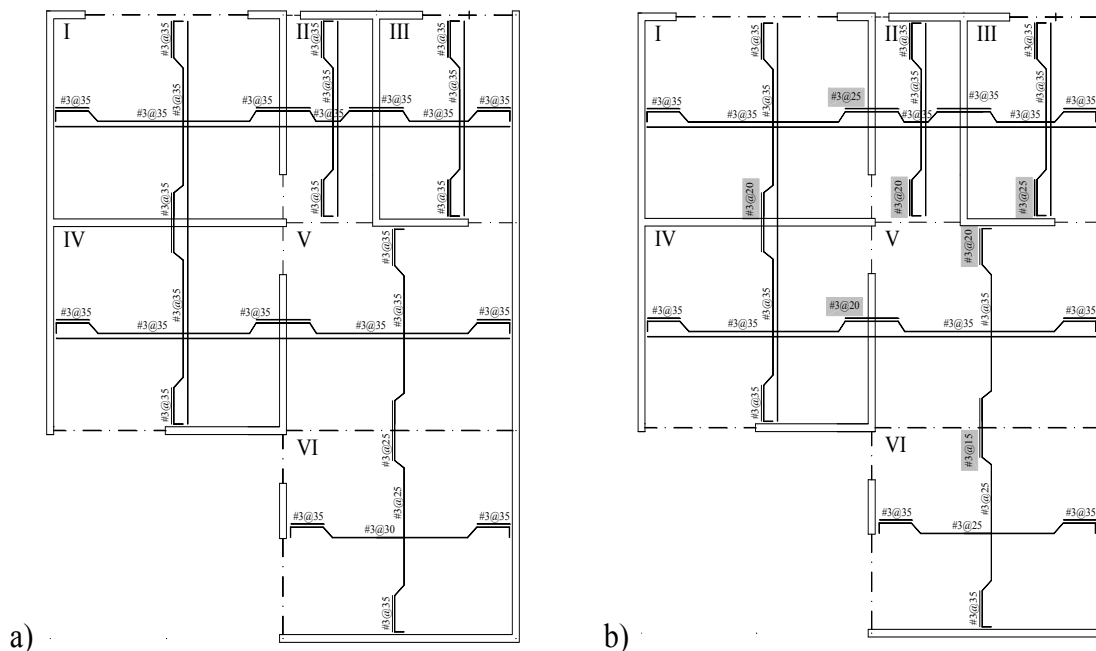


Fig. 30: Acero de refuerzo calculado con los coeficientes: a) NTCC-04 y b) propuestos, A₂.

La diferencia entre los coeficientes numéricos propuestos en este trabajo y los proporcionados actualmente en las NTCC-04 se debe a que estos últimos fueron adaptados del ACI-318-63 (González-Cuevas 2011), los cuales se calcularon considerando distribuciones de momentos en tableros sobre apoyos rígidos.

En el ejemplo de diseño, el área de acero de refuerzo en algunos bordes es mayor cuando se utilizan los coeficientes propuestos en este trabajo que cuando se utilizó los actualmente recomendados por las NTC-04; esta diferencia es de hasta el 2.8 veces, al igual que los momentos de la Tabla 9, puesto que el área de acero de refuerzo depende de los momentos como se muestra en la ec. (20). Los coeficientes calculados numéricamente proporcionan el acero de refuerzo necesario para garantizar un diseño seguro, pues algunos de los coeficientes actualmente recomendados por las NTCC-04 pueden proporcionar secciones con menor acero de refuerzo que no proporcionen la resistencia adecuada.

Es válido utilizar los coeficientes propuestos en este trabajo para calcular los momentos de diseño cuando los paneles estén apoyados sobre: 1) vigas principales, que a su vez estén apoyadas en sus esquinas, 2) en muros y 3) algunos de sus bordes en vigas y el resto en muros. No es válido utilizar los coeficientes en tableros apoyados sobre vigas secundarias, pues los momentos obtenidos no son congruentes por lo que en este caso se recomienda realizar el modelado numérico del sistema de losa.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor agradece al proyecto “182736 Análisis y diseño de losas de concreto” auspiciado por la Secretaría de Educación Pública y el CONACyT; el segundo autor agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgado para sus estudios de Maestría; y ambos autores agradecen las facilidades proporcionadas a la Universidad Autónoma Metropolitana para la realización de este trabajo. Se agradece a Yair Pelcastre por el apoyo para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- ACI-318-63 (1963), “Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary”, Farmington Hills, American Concrete Institute, Estados Unidos.
- ACI-318-11 (2011), “Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary”, Farmington Hills, American Concrete Institute, Estados Unidos.
- Bach, C., Graf, O.(1915), “Versuche Mit Allseitig Aufliegenden, Quadratischen and Rechteckigen Eisenbetonplatten”, Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 30, Berlin. (En Alemán)
- Basila-Hajj, V. M. (1962), “Resistencia de Elementos para Aligerar Losas Planas de Concreto Reforzado”, Tesis profesional, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Contreras, H. (1977), “Vibraciones en Losa - Recomendaciones para Reglamento”, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, p. 100.
- Covarrubias, M. A. (1960), “Coeficientes para el Diseño de las Losas Perimetrales Sujetas a Cargas Lineales”, Tesis profesional, Universidad Nacional Autónoma de México, p. 79.
- CSI (2009), “SAP2000 Advanced 12.0.0”, Computers and Structures, Inc., Berkeley, California.
- Di Stasio, J., Van Buren M. P. (1936), “Slabs Supported on Four Sides”, ACI Journal Proceeding, 32(1), pp. 350-364.
- Díaz de Cossio, R. (1962), Efecto del Tamaño y de la Forma de Vigas y Losas de Concreto sobre su Resistencia a Fallas por Cortante, Revista de Ingeniería, 2(XXXII), pp. 73-85.
- Díaz, J., Robles, F. (1971), “Respuesta Humana ante el Agrietamiento en Losas de Concreto”, Reporte del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 292, pp. 1-14.
- EC2 (1992), Eurocode 2: Design of Concrete Structures, British Standards Institution.
- Esteva, L. (1963). “Coeficientes de Diseño para Losas con Bordes Libres”, Revista de Ingeniería, pp. 215-223.
- Flores-Eslava, R. (2012), “Estudio Comparativo de Metodologías para el Diseño de Losas de Concreto Reforzado”, Tesis de licenciatura, México, Universidad Autónoma Metropolitana.
- Gallo, G.O., Espino, L. I., Olvera, A. E. (2005), “Diseño Estructural de Casas Habitación”, Mc Graw Hill, 2ª Edición.
- Guzmán, R., Díaz de Cossio, R. (1968), “Losas de Claros Pequeños - Recomendaciones Preliminares de Diseño”, Revista de Ingeniería, pp. 315-338.
- González-Cuevas, O. M. (2011), “Comunicación Personal”.

- Hassan, J., Brown, T., Jergeas, G. (2011), "Design Field Bending Moment Coefficients for Interior Reinforced Concrete flat Plates", *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 16(1), 34-45.
- IStructE-06 (2006), "Manual for the Design of Concrete Building Structures to Eurocode 2", The Institution of Structural Engineers/ The Institution of Civil Engineers.
- Juárez-Luna, G., Caballero-Garatachea, O. (2014), "Coeficientes de Diseño y Trayectorias de Agrietamiento de Losas Aisladas Circulares, Elípticas y Triangulares", *Ingeniería Investigación y Tecnología*, XV(1), pp. 103-123.
- Loera-Pizarro, S., Ávila-Rodríguez, J.A. (2000), "Análisis bajo Carga Vertical de Losas Planas con Capiteles y Ábacos", *Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México*, 622, p. 41.
- Loera-Pizarro, S., Ávila-Rodríguez, J. A. (2001), "Ancho Equivalente de Losas Planas con Capiteles y Ábacos ante Fuerzas Laterales", *Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México*, 622, p.29.
- Marcus, H. (1929), "Die Vereinfachte Berechnung Biegsamer Platten", Julius Springer, Berlín.
- Mendoza, C. J. (1976), "Recomendaciones para Diseñar y Construir Losas Armadas con Mallas de Alambre Estirado en Frio", *Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México*, pp. 61-75.
- Newmark, N. M., Siess, C.P. (1950), "Proposed Design Specifications For Two-Way Floor Slabs", *ACI Journal Proceeding*, 46 (4), pp. 597-607.
- NTCC-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto" del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*.
- RCDF-04 (2004), "Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal", *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*, enero, p. 40.
- Tapia, M. A., Rosenblueth, E. (1977), "Efecto de Correlación entre Resistencia y Carga Vertical en Diseño Óptimo de Losas de Concreto", *Revista de Ingeniería*, 47 (2), pp. 142-135. *Instituto de Ingeniería* 390.
- Timoshenko, S. P., Woinosky-Krieger, S. (1959), "Theory of Plates and Shells", Segunda edición, McGraw Hill, Estados Unidos.
- Westergaard, H.M. (1926), "Formulas for the Design of Rectangular Floor Slabs and their Supporting Girders", *ACI Proceedings*, 22(2), pp. 26-46,
- Westergaard, H. M., Slater, W. A. (1921), "Moments and Stresses in Slabs", *ACI Journal Proceeding*, 17 (2), pp. 415-538.