

Representaciones matemáticas en papel de la descomposición del número 7 en educación infantil

Mathematical representations on paper of the decomposition of the number 7 in early childhood education

Brenda Lorena García-Triana,¹ Mequè Edo Basté,²
Gemma Sala-Sebastià³

Resumen: El objetivo de este artículo es describir, categorizar y clasificar las representaciones matemáticas en papel del alumnado de 5-6 años y sus explicaciones sobre lo vivido en dos talleres de descomposición del número 7 y, crear una herramienta para interpretar y evaluar las representaciones matemáticas en papel sobre este tema. Los participantes en el estudio fueron un grupo de 24 estudiantes de educación infantil de una escuela en Catalunya. La metodología tiene un enfoque descriptivo-interpretativo. Se analizan las producciones de cada alumno relacionadas con dos talleres y se realizan entrevistas semiestructuradas. El análisis fue realizado en dos fases: identificación de la tipología de producciones y análisis del contenido matemático de las representaciones. Los resultados revelan que los alumnos utilizaron el lenguaje pictográfico, escrito y simbólico en sus representaciones y que estos

Fecha de recepción: 9 de marzo de 2023. **Fecha de aceptación:** 21 de diciembre de 2023.

¹ Universitat Autònoma de Barcelona, Facultat Ciències de l'Educació, Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, BrendaLorena.Garcia@autonoma.cat, <https://orcid.org/0009-0000-4549-2270>.

² Universitat Autònoma de Barcelona, Facultat Ciències de l'Educació, Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, Meque.edo@uab.cat, <https://orcid.org/0000-0001-5565-5803>.

³ Universitat de Barcelona, Facultat d'Educació, Departament d'Educació Lingüística, Científica i Matemàtica, gsala@ub.edu, <https://orcid.org/0000-0001-9830-312X>.

lenguajes a menudo aparecen combinados. En cuanto al contenido matemático, se diseñó una rúbrica en la que se han establecido seis niveles, atendiendo a una posible trayectoria de aprendizaje de la descomposición del número 7.

Palabras clave: *Representaciones matemáticas en papel, descomposición de números, página en blanco, aprendizaje matemático, educación infantil.*

Abstract: The aim of this article is to describe, categorize, and classify the mathematical representations on paper of 5-6-year-old students and explanations about their experiences in two workshops on decomposition of the number 7 and to create a tool for interpreting and evaluating representations on paper on this topic. The participants in the study was a group of 24 early childhood education students from a school in Catalonia. The methodology was based on a descriptive-interpretative approach. The written productions of each student obtained from the workshops were analyzed and semi-structured interviews with students are carried out. The analysis were conducted in two phases: identifying the typology of productions and analyzing the mathematical content of the representations. The results reveal that students used pictorial, written, and symbolic language in their representations and that these languages often appear combined. Regarding mathematical content, a rubric was designed with six levels, considering a possible learning trajectory for the decomposition of the number 7.

Keywords: *Mathematical representations on paper, number decomposition, blank page, mathematical learning, early childhood education.*

1. INTRODUCCIÓN

Los niños y niñas de educación infantil poseen un conocimiento informal matemático, que a menudo no es tenido en cuenta en la enseñanza formal de las matemáticas en el contexto escolar (Baroody, 1988; Carruthers y Worthington, 2006). Diversos autores mencionan que muchas de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas son provocadas por dicha desconexión (Ginsburg, 1977; Hiebert, 1984; Hughes, 1986). Al no existir una validación de sus ideas, la enseñanza formal de las matemáticas otorga al alumno un rol pasivo y reproductivo que no permite una libre expresión de sus pensamientos (Baroody, 1988; Carruthers y Worthington, 2006; Edo, 2005). Por ejemplo, varias de las hojas de trabajo que se utilizan en educación infantil tienen como objetivo realizar actividades de reproducción y memorización, enfatizando demasiado en la escritura de signos matemáticos (representación de bajo nivel de abstracción) y subestiman las capacidades y el proceso de pensamiento infantil (Bishop, 1991; Edo, 2005; Kamii *et al.*, 2001). Goldin (2001) sugiere que deberíamos prestar más atención a las representaciones personales sobre cantidades que realizan los niños, ya que esto podría ayudar a eliminar los obstáculos mencionados, antes de que se conviertan en callejones sin salida a largo plazo, y a la vez generando emociones y autoconceptos positivos. Para atender esta problemática, Edo y Marín (2017) han creado una propuesta de actividad de representación matemática, no guiada, llamada 'La página en blanco' que en la actualidad se está implementando en numerosos centros educativos. Varios docentes que aplican dicha actividad comprueban la diversidad de representaciones que realizan sus alumnos y han solicitado criterios para evaluar dichas representaciones infantiles. Coincidiendo con Clements y Sarama (2011), entendemos que 'el objetivo principal de la evaluación matemática infantil debería ser comprender el pensamiento de los niños para poder concretar cómo debería continuar la enseñanza' (p. 76). En este contexto es donde se inscribe la presente investigación.

El objetivo principal de esta investigación es estudiar cómo son las representaciones matemáticas en papel, que realiza el alumnado de 5-6 años a partir de consignas abiertas dadas, y qué comprensión sobre la idea de descomposición del número 7 muestran dichas representaciones. En este sentido, nos hemos planteado dos objetivos específicos: (1) describir, categorizar y clasificar las representaciones matemáticas del alumnado de 5-6 años y sus explicaciones sobre lo vivido en dos talleres de descomposición del número 7; (2) crear una

herramienta para interpretar y evaluar las representaciones matemáticas en papel del alumnado sobre la descomposición del número 7.

2. MARCO TEÓRICO

Para el desarrollo de este estudio se han contemplado dos principales aspectos teóricos, por un lado, el proceso de representación y comunicación en educación infantil y, por otro, la descomposición del número y la relación parte-todo.

2.1 LA REPRESENTACIÓN Y LA COMUNICACIÓN EN EDUCACIÓN INFANTIL

La representación y la comunicación son procesos fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas, pues son formas que permiten a los estudiantes construir sus ideas matemáticas, entenderlas y comunicarlas para compartirlas con otros. Cuando los estudiantes se enfrentan al reto de comunicar sus ideas matemáticas a otros, ya sea por escrito o de forma oral, se promueve que reflexionen sobre sus ideas y les den significado (NCTM, 2003).

Las representaciones matemáticas son producciones visibles o tangibles –como configuraciones de objetos manipulativos, diagramas, números, expresiones matemáticas...– que codifican, representan o encarnan ideas o relaciones matemáticas (Goldin, 2014). El término representación se interpreta como realizaciones externas y observables de las conceptualizaciones internas de los estudiantes (Lesh *et al.*, 1987). Se denominan *externas*, es decir, son externas al individuo que las produjo y accesibles a otros para su observación, discusión, interpretación y/o manipulación. La representación también se usa para referirse a las construcciones, conceptos o configuraciones mentales o cognitivas que realiza una persona física. En este caso la representación se llama *interna* al individuo.

Las representaciones externas pueden contener marcas convencionales o estándares, como: números, tablas, ecuaciones, etc., compartidas por la comunidad matemática; pero también pueden contener marcas personales, idiosincrásicas, como: dibujos, palabras, esquemas, notaciones originales inventadas por el individuo, etc., que también pueden ser compartidas para negociar su significado. Es un tipo de diálogo que promueve la construcción, el debate, la interpretación y el intercambio de información por parte de los estudiantes sobre diferentes tipos de representaciones externas, sean estándares o idiosincrásicas.

La representación también se refiere al acto o proceso de inventar o producir representaciones, de modo que la “representación matemática” es algo que hacen los matemáticos, pero también pueden hacerlo los estudiantes. Por lo tanto, la representación matemática puede referirse tanto a la producción física de representaciones externas como a los procesos cognitivos o mentales involucrados en la construcción de representaciones internas o externas. El término describe la relación semiótica entre las producciones externas y las ideas matemáticas internas que se dice que representan. Las representaciones internas y las representaciones externas no deben considerarse como dominios separados. Cuando existe una variedad de representaciones de un objeto o concepto, la capacidad cognitiva del individuo aumenta y así mejora su capacidad de pensamiento (Duval, 1993; Goldin, 2014; Van Oers, 1994).

Las marcas que usan para representar evolucionan y los sistemas de representación usados en unos estadios iniciales pueden servir de ‘andamio’ para las representaciones de los siguientes estadios (Goldin, 2014; Lesh *et al.*, 1987). Así, una representación puntual que pueda realizar un alumno no existe aislada de las anteriores y de las posteriores; y, a medida que las relaciones se desarrollan, sus significados evolucionan, se transfieren a nuevos contextos y van evolucionando hacia las representaciones más convencionales.

El NCTM (2003) establece que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para crear y utilizar representaciones para organizar, registrar, y comunicar sus ideas matemáticas, además de seleccionar y aplicar las representaciones para resolver problemas. Las representaciones matemáticas, en educación infantil, pueden ser realizadas a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números y letras, entre otras (Alsina y Coronata, 2014), aunque las formas de representación matemática más comunes, en estas edades tempranas, son: con material manipulativo y a través de la representación en papel, teniendo en cuenta que esta siempre debería estar acompañada de una explicación oral por parte del alumno implicado.

Se han realizado numerosas investigaciones centradas en las tipologías de marcas que registran los alumnos de infantil y en los tipos de representaciones matemáticas que estos producen. Por ejemplo, Bruner, (1966) caracterizó y discutió tres tipos de representaciones infantiles: -enactivo (basada en la acción, 0-1 años), icónico (basada en imágenes, 2-6 años) y simbólico (basado en el lenguaje, a partir de 7 años)- asociadas a las sucesivas etapas en que el niño está aprendiendo un concepto. Kamii *et al.* (2001) describen seis tipos de notaciones: 1. Representación

global de la cantidad; 2. Representación del tipo de objeto; 3. Correspondencia uno a uno con símbolos; 4. Correspondencia uno a uno con numerales; 5. Valor del cardinal solo y; 6. Valor del cardinal con el tipo de objeto. Por ejemplo, cuando los niños tienen un concepto de cantidad poco preciso, utilizan las representaciones del tipo 1 o 2 y, en cambio, cuando este concepto de cantidad se vuelve más preciso, usan marcas del tipo 3 a 6. Los autores concluyen que este estudio ilustra las relaciones entre abstracción y representación.

Carruthers y Worthington (2006), han estudiado ampliamente las representaciones de niños que muestran cómo son los patrones de cognición que utilizan en la escritura matemática. Identifican cinco categorías que abarcan diferentes etapas (de 3 a 8 años) por las que pueden pasar durante el desarrollo de sus propias representaciones: dinámica, pictográfica, icónica, escrita y simbólica. Consideran que cuando utilizan sus propias formas de representar, es más fácil que el adulto comprenda qué entienden y la naturaleza de sus dificultades. Además, establecen que, si los adultos promueven que realicen representaciones matemáticas naturales e informales, estarán apoyando el desarrollo de su pensamiento matemático y así les permiten construir significados personales y hacer conexiones entre las matemáticas informales y las matemáticas escolares más abstractas.

Worthington *et al.* (2019) explicitan que los niños sienten necesidad de comunicarse en contextos significativos y ante esta necesidad realizan representaciones matemáticas como una forma de abstracción cognitiva emergente. Los resultados de sus estudios muestran evidencias del pensamiento abstracto de los niños, pues se puede apreciar la transición de los símbolos pictóricos a otros más abstractos, lo que sugiere que existe una conexión entre los conocimientos previos y los nuevos. Otro de los hallazgos que mencionan es que el alumnado es capaz de encontrar patrones de uso de estos signos, permitiendo dar un sentido más significativo a los mismos y sentando así las bases de un lenguaje matemático más simbólico.

Los niños y niñas a lo largo de su vida desarrollan la capacidad de representar los objetos y las situaciones que hay a su alrededor y, a través de un proceso de reflexión, seleccionan y crean representaciones en papel para transmitir los significados que les permiten comunicarse. Esto se logra mediante la actividad semiótica, pues es un proceso en el cual el niño explora o investiga la relación entre forma y contenido, o entre un signo y su significado. Promover la actividad semiótica de los niños vinculándolo con una actividad significativa para ellos, es un elemento importante para mejorar la educación infantil (van Oers, 1994) y, en

concreto, para el aprendizaje matemático. Esta actividad creadora de significado es la que conecta la inteligencia humana con la realidad (Wallon, 1942).

En esta investigación nos centramos en las *Representaciones Matemáticas en Papel* (de aquí en adelante, Representaciones MP) estas producciones son las que realizan los niños para representar y expresar sus ideas o conceptos matemáticos de forma visual, gráfica, simbólica o escrita que se han plasmado en un papel sin la ayuda explícita de un adulto. Sino que son ellos mismos quienes eligen y producen sus formas de expresión, escogiendo los trazos y los signos que consideran adecuados para comunicar sus ideas.

Reconocer los diferentes tipos de representaciones que los niños elaboran en una tarea matemática, permitirá a los maestros identificar las diferentes formas de pensamiento y los aspectos más importantes que toman en cuenta al trabajar determinadas nociones matemáticas (Vanegas *et al.*, 2022).

Las propuestas de representación con consignas abiertas son esencialmente un proceso de investigación y creación, vinculado a alguna actividad social (van Oers, 1994). De acuerdo con Edo (2021), una forma para desarrollar la representación no dirigida en educación infantil es mediante el uso de la herramienta 'La página en blanco', que se describe en el apartado de Metodología. Esta actividad se centra en animar a los pequeños a crear sus propias representaciones mediante una consigna abierta. Contempla que, en los niveles iniciales de educación, para comprender el significado de las representaciones que realizan, es necesario completar las Representaciones MP con lo que los niños expresan verbalmente. De esta manera, mediante la comunicación escrita y oral, el alumnado podrá organizar su pensamiento y construirá conocimientos matemáticos a partir de las experiencias que se viven en el aula. Para los maestros y maestras el uso de la 'página en blanco', es una oportunidad para conocer mejor a sus alumnos, pues proporciona una evidencia para comprender lo que saben y piensan los niños y niñas y así evaluar el momento cognitivo en el que se encuentra cada uno.

2.2 LA DESCOMPOSICIÓN DEL NÚMERO Y LA RELACIÓN PARTE-TODO

La composición y descomposición de números es una estrategia que permite realizar combinaciones entre números y es necesaria para que los niños construyan el concepto de número (Clements y Sarama, 2015). La descomposición de un número puede entenderse como la operación inversa de la suma ($7-2=5$) y la composición como la operación inversa de la resta ($2+5=7$), estableciendo una relación entre ambas al visualizar la descomposición de un número de

forma aditiva ($7=5+2$) (Zúñiga, 2015). Asimismo, la descomposición se relaciona con la acción de juntar y separar objetos, por eso contribuye a desarrollar la relación parte-todo, lo cual es uno de los logros más importantes de la aritmética (Castro *et al.*, 2013).

El aprendizaje del esquema parte-todo permite entender la relación que existe entre los números, pues un número está conformado por otros menores y cualquier número puede dividirse en diferentes partes de tal forma que la suma de esas partes siempre será igual al todo (Bermejo, 2004). Comprender la relación parte-todo es importante porque esta ayuda a resolver problemas de estructura aditiva de combinación parte-todo, donde dos partes se combinan para formar un todo o hay que encontrar una de las partes cuando se conoce el todo y la otra parte (Castro y Castro, 2013).

Es importante que desde las primeras edades los niños realicen descomposiciones para que comprendan que un número está compuesto por la relación que hay con otros números menores y que existen diversas maneras de formar un mismo número. En la etapa de la educación infantil los niños son capaces de desarrollar la competencia aritmética (Clements y Sarama, 2015) mediante el uso de la composición y descomposición de números. Pueden relacionarlo con la acción de juntar y separar colecciones de objetos o imágenes y, de esta forma, comprender que los números pequeños están dentro de números más grandes, por ejemplo, que 4 y 3 lo componen, o “están dentro” del número 7.

Los niños desde edades tempranas hacen un proceso gradual de aprendizaje del sentido numérico, adquiriendo ideas y habilidades que conforman los cimientos de sus conocimientos a lo largo de su desarrollo. Cuando los maestros comprenden ese proceso de evolución, realizan secuencias de actividades que promueven el desarrollo de las habilidades de sus estudiantes de una manera progresiva. Dichas secuencias son la base para las Trayectorias de Aprendizaje.

Tabla 1. Trayectoria de Aprendizaje – Composición de número Clements y Sarama (2015)

Edad (años)	Progresión del desarrollo
0 – 2	Pre-Reconocedor de Parte-Todo
3 – 4	Reconocedor Inexacto de Parte-Todo
4 – 5	Compositor hasta 4, Después 5 Compositor hasta 7 Compositor hasta 10
7	Compositor con Dieces y Unos

Como se puede observar en la tabla 1, los autores de esta trayectoria de aprendizaje mencionan que cuando los niños son menores de 4 años, aprenden a reconocer las relaciones entre la parte y el todo y, lo realizan en situaciones no verbales, intuitivas, perceptivas que pueden representar de manera no verbal las partes que lo conforman. Luego, cuando los niños tienen entre 4 y 5 años de edad, aprenden a identificar situaciones de su contexto en las que un número está compuesto por otros más pequeños y, por lo tanto, este número es mayor que sus partes. Sin embargo, en estas edades, no siempre logran cuantificar esa relación de manera precisa. También afirman que los niños son capaces de conocer de manera intuitiva la conmutatividad, pues reconocen que un conjunto pueden combinarlo en distinto orden ($3+1$ es igual que $1+3$) y, posteriormente, entienden el principio de asociatividad $(3+2) + 1$ es igual que $3 + (2+1)$.

De manera paulatina, los niños a través de sus experiencias en diversas trayectorias de aprendizaje van desarrollando habilidades como la subitización, el conteo y secuencia de numerales y, por último, la comparación de cantidades, que les permiten conocer diversas combinaciones de números (Sarama y Clements, 2008). Más adelante, logran identificar esas ideas en contextos más abstractos, un ejemplo sería cuando mencionan que “dos” y “dos” son “cuatro” lo que indica que pueden desarrollar el conocimiento de las relaciones parte-todo en estas edades y encontrar los patrones especiales de las reglas de los *dobles*, pues es una estrategia útil y fácil para obtener nuevas combinaciones (por ejemplo, la combinación del doble $3 + 3$ permite pensar en la combinación de $3 + 4$, uno más que $3 + 3$), así como, la descomposición de cinco y las cantidades entre cinco y diez (por ejemplo, 6 formado por $5 + 1$; 7 como $5 + 2$, etc.) y las descomposiciones aditivas del diez (Sarama y Clements, 2008). Estas estrategias desarrollan el sentido numérico, pero también abordan un objetivo más importante en educación matemática infantil, el razonamiento estratégico. Los autores concluyen que cuando los niños tienen 5 años de edad, son capaces de resolver problemas que requieran razonamientos de parte-todo, aunque en ocasiones necesiten apoyo de sus maestros para ver la importancia de la relación de estos dos elementos. Asimismo, cuando comprenden el conocimiento de la relación parte-todo son capaces de separar un mismo grupo de diferentes maneras, mediante el desarrollo de un razonamiento estratégico que les permite producir diferentes combinaciones de números para componer un número dado, incluso de manera sistemática. Por ejemplo: 8 como $7+1$, $6+2$, $5+3$, y así sucesivamente. Descomponer los números de todas las formas posibles amplía la comprensión del número.

En esta línea, el NCTM (2003) establece que para la etapa de 3 a 5 años los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para reconocer equivalencias de números y producirlas mediante la composición y descomposición de números. Por esta razón es importante que en educación infantil se ofrezcan situaciones que den oportunidad a los niños para trabajar la composición y descomposición de números. Ser capaz de componer y descomponer números, permite a los niños aplicar diferentes técnicas al resolver problemas numéricos en una variedad de formas y ayuda a desarrollar su pensamiento numérico (Baroody, 2004) que, a su vez, apoya el aprendizaje y desarrollo de diversas habilidades matemáticas en diversos contextos.

3. METODOLOGÍA

La metodología de esta investigación se sitúa dentro del paradigma cualitativo interpretativo. El enfoque que se utiliza es de tipo descriptivo-interpretativo porque se profundiza en el conocimiento y, en comprender la conducta de las personas estudiadas interpretando sus actos, pensamientos y significados (Santamaría, 2013).

3.1 CONTEXTO Y PARTICIPANTES

Los datos analizados provienen de una situación didáctica diseñada por Innovamat (Innovamat es una start-up fundada en Barcelona en 2016 que desarrolla y distribuye actividades docentes, software y formación para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación infantil, primaria y secundaria). Según Vilalta (2021), Innovamat ofrece situaciones didácticas diseñadas para desarrollar la competencia matemática de los estudiantes, mediante actividades lúdicas que promueven el desarrollo de procesos matemáticos y que generan un ambiente de resolución de problemas en contextos significativos. Esta investigación se centra en el estudio de caso (Stake, 1998) de dos talleres de Innovamat creados para el desarrollo del contenido de la descomposición de número 7. Estos talleres se desarrollaron en dos sesiones en el mes de enero del 2022.

En la presente investigación participó una clase donde se obtuvieron datos de 24 alumnos en total (19 en el primer taller y 22 en el segundo) de 5-6 años de edad que cursaban el último grado de educación infantil de una escuela en la población de Terrassa (Catalunya).

3.2 INSTRUMENTO DE RECOGIDA DE DATOS

En el proyecto matemático que trabaja la escuela se realizan dos talleres sobre la descomposición del número 7. Dichos talleres permitieron obtener la información que se analiza en esta investigación.

En el primer taller (T1) participaron 19 alumnos y se centró en identificar las parejas de números que forman el número 7 por medio de un juego de puntería. En equipos de tres, cada estudiante, lanzaba siete patos de goma a una caja. Se les indicó que debían contar siete pasos para establecer la línea de tirada y lanzar los patos tratando de meterlos dentro de la caja. Se les entregó una hoja para que registraran la información de los puntos obtenidos de acuerdo con los patos que encestaron en la caja y de los que quedaron fuera. Las consignas fueron abiertas para que los niños eligieran como realizar la medida hasta la línea de tirada, es decir, se podían contemplar las diferentes longitudes de los pasos de los integrantes de cada equipo (podían decidir hacer pasos más largos o cortos), así como, la forma de registrar las puntuaciones (por ejemplo, por medio de dibujos, palabras o números). Al finalizar el juego, se comentaron las puntuaciones obtenidas. Después, se realizó la actividad de ‘La página en blanco’, que consiste en entregar a los niños una hoja en blanco y un rotulador negro y dar una consigna abierta, que en este caso fue: ¿Quieres contarnos qué habéis hecho hoy? Para que los alumnos pudieran dibujar, escribir o utilizar cualquier tipo de signo o símbolo para representar su actividad. Al finalizar sus representaciones, cada alumno explicaba oralmente lo que había representado a la investigadora y a continuación, ésta realizaba una breve entrevista semiestructurada que se registró en audio y video.

En el segundo taller (T2) participaron 22 alumnos. Consistió en descomponer el número 7 en dos sumandos y encontrar todas sus posibles descomposiciones. Partiendo de las puntuaciones registradas en el T1, la maestra ofreció cartas con números (rango 0-10) para que los alumnos, organizados en esta ocasión en gran grupo, agruparan las parejas de cartas que formaban 7. Después de formar distintas parejas, se introdujeron cartas con los signos “más” e “igual” para formar frases matemáticas (operaciones) con las puntuaciones conseguidas de los patos dentro y fuera de la caja. Posteriormente, se preguntó a los alumnos si habían encontrado todas las maneras posibles de hacer 7. Los alumnos (con ayuda de la maestra) indicaron que una manera de saberlo era ordenando las parejas de cartas. Al ordenar las parejas de cartas llegaron a la conclusión de que la primera columna de los sumandos

estaba ordenada de forma ascendente y la segunda columna de forma descendente. Después se les entregó a los alumnos 'La página en blanco,' con la consigna antes mencionada: ¿Quieres contarnos qué habéis hecho hoy? Cuando el alumno terminaba su representación, describía oralmente que había hecho y, para obtener más información sobre el significado de las representaciones de los alumnos, se realizó una entrevista semiestructurada que fue grabada en audio y video.

Estas entrevistas partieron de las explicaciones que los alumnos daban de sus representaciones en la 'La página en blanco'. Las preguntas que se realizaron en el T1, eran del tipo: ¿Qué has representado?, ¿Cuántos patos has encendido?, ¿Cuántos te han quedado fuera? y ¿Cuántos patos hay en total? En el T2 se preguntó: ¿Qué has representado?, ¿Qué has descubierto hoy?, ¿Qué estaban investigando?, ¿Recuerdas alguna pareja de números que forme siete? Estos registros orales se transcriben, incluyendo algún contenido no verbal, como gestos o movimientos con los dedos que puedan aportar información relevante.

Las láminas con las representaciones de cada alumno se escanearon para analizarlas y después efectuar la categorización.


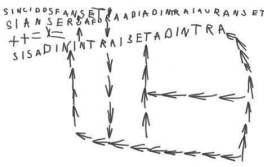
3.3 DESCRIPCIÓN DE LAS FASES DEL ANÁLISIS.

Se realizó un análisis temático adaptando las fases que proponen Braun y Clarke (2006). Se asume su definición entendiendo este tipo de análisis como un método que ayuda a identificar y analizar patrones. Primero, se llevó a cabo una familiarización con los datos, luego, se revisaron las láminas con las Representaciones MP de cada alumno y se analizaron las transcripciones en las cuales los alumnos explicaban el significado de su representación. El análisis se efectuó en dos fases. La primera, para identificar los diferentes tipos de Representaciones MP de acuerdo con el uso de lenguaje y, la segunda, para analizar los contenidos matemáticos que hay en ellas. Después, se generaron los códigos iniciales, se buscaron los temas y se definieron. Finalmente, se realizó un informe con los resultados obtenidos en cada fase. A continuación, se expone una descripción detallada de cada una de las fases.

La primera fase (F1) consistió en categorizar las Representaciones MP de los alumnos según los lenguajes utilizados. Primero, se familiarizó con los datos analizando cada representación para identificar patrones, tales como el uso de dibujos, palabras y números. A partir de este primer análisis, e inspiradas por las categorías identificadas por otros investigadores, como, Carruthers y Worthington (2006),

Bruner (1966), etc. identificamos tres categorías: pictográfica, escrita y simbólica, que de hecho se asocian a los tres tipos de lenguajes que están aprendiendo. En la tabla 2, se muestra cada una con un ejemplo de los datos obtenidos.

Tabla 2. Ejemplos de las categorías utilizadas en esta investigación en la Fase 1.

Categorías	Indicadores	Ejemplo
Pictográfica	Utiliza dibujos que representan objetos y situaciones de la realidad	
Escrita	Utiliza letras, palabras o frases dentro de la representación.	
Simbólica	Utiliza números y/o signos en sus representaciones.	$7 + 0 = 7$ $2 + 5 = 7$ $3 + 4 = 7$ 7 $2 + 2 = 7$

En la segunda fase (F2) se categorizaron las Representaciones MP según el contenido matemático con el objetivo de identificar una posible trayectoria de aprendizaje y crear la herramienta de valoración que permitiera alcanzar el segundo objetivo de esta investigación.

Para realizar la categorización, primero se analizaron las Representaciones MP y sus descripciones orales (recogidas en las entrevistas), lo que permitió generar unos códigos iniciales, con base a los temas que se repetían en relación con el contenido matemático de la descomposición. Cuando se tuvo la lista de los códigos iniciales, se realizó la búsqueda de temas para agrupar los códigos iniciales en temas provisionales. Algunos de los temas que se encontraron, parten de las ideas de la trayectoria de aprendizaje de Clements y Sarama (2015) y de Big Ideas of Early Mathematics (Brownell *et al.*, 2014) respecto a la descomposición de número.

Al realizar el análisis de la literatura se encontraron diversos temas. Por ejemplo, los niños reconocen que los conjuntos se pueden combinar en diferente orden, pero expresan solo una parte de la composición, saben combinaciones

de números hasta 4, después hasta 5, luego saben combinaciones de números hasta totales de 7, pues comprenden que cualquier número entero puede descomponerse en partes diferentes. Sin embargo, la literatura actual no aporta una trayectoria detallada sobre cómo es este proceso de la descomposición del número 7, por ello, se identificaron las siguientes categorías emergentes (tabla 3) partiendo de los datos de esta investigación, que en este apartado solo se enuncian y se explicarán y ejemplificarán en el apartado del análisis del Taller 2.

3.4 INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

Para realizar el análisis de los datos de la (F2), se creó un instrumento en el que se utilizaron seis diferentes categorías (tabla 3). Para facilitar el análisis de los datos, el instrumento se dividió en tres momentos diferentes. Se define *momento* como el espacio temporal en el que se realiza una actividad vivencial que se analiza por separado. En el primer momento, que corresponde a cuando el alumnado realiza las Representaciones MP, se hace el análisis de estas focalizando el contenido matemático de la descomposición. El segundo momento es el de verbalización, cuando se les pregunta: ¿Qué has representado? y se analiza solo la explicación que el alumno hace de su representación. El tercer momento se centra en la entrevista semiestructurada, en la cual por medio de preguntas como ¿Cuántos patitos tenías dentro?, ¿Y fuera?, o ¿Recuerdas alguna pareja de números que forme 7?, se busca profundizar en el conocimiento matemático de los estudiantes. En cada uno de los momentos se contemplan las seis categorías que se describen en la tabla 3.

Tabla 3. Categorías de indicadores segunda fase de Análisis.

Niveles	Categoría
1	Representa/Verbaliza sin hacer referencia a cantidades.
2	Representa/Verbaliza alguna cantidad inferior o igual a 7.
3	Representa/Verbaliza una descomposición del número.
4	Representa/Verbaliza dos o más descomposiciones del número.
5	Representa/Verbaliza todas las descomposiciones posibles en dos sumandos
6	Representa/Verbaliza todas las descomposiciones y las ordena

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se exponen los resultados relacionados con cada uno de los objetivos de la investigación y se realiza la discusión correspondiente.

4.1 RELATIVOS AL OBJETIVO 1




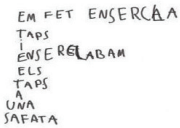
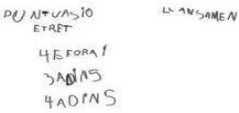
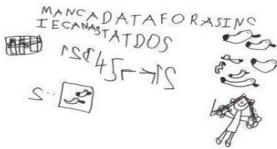
En este subapartado se muestran los resultados obtenidos de las dos fases de análisis, cada fase incluye los principales resultados que se encontraron en el T1 y en el T2.

4.1.1 Fase 1: Categorización de las representaciones según los lenguajes utilizados

En el T1 encontramos la presencia de elementos que pertenecen a las categorías pictográfica, escrita y simbólica (inspiradas en Carruthers y Worthington, 2006). Sin embargo, también encontramos algunas representaciones que usan distintas combinaciones de estos lenguajes. La mayoría de los alumnos utilizan elementos pictográficos en sus representaciones, principalmente hacen referencia a dibujos de los patos y la caja que utilizaron en el juego. Del total de las Representaciones MP de los alumnos, menos de la mitad incluyen elementos de tipo escrito, describiendo con palabras la actividad que realizaban o escribiendo las puntuaciones obtenidas. Más de la mitad de las Representaciones MP de los alumnos se han incluido en la categoría simbólica ya que principalmente han representado con números las cantidades de patos que lograron colocar dentro y fuera de la caja.

A continuación (tabla 4), se presentan las categorías identificadas en el T1. En algunas Representaciones MP se utiliza una categoría y en otras las combinan.

Tabla 4. Categorías identificadas en las Representaciones MP del Taller 1

Categoría	Ejemplo	Total
Pictográficas		6
Pictográficas y simbólicas		6
Pictográficas y escritas		1
Escrita		1
Escrita y simbólica		1
Pictográfica, escrita y simbólica		4
TOTAL		19

En la tabla 4, se puede observar que 6 Representaciones MP de los 19 alumnos contienen elementos únicamente *pictográficos*, pues incluyeron dibujos de la actividad del juego que realizaron durante la sesión. En la categoría *pictográfica y simbólica*, nuevamente 6 Representaciones MP de los alumnos, utilizan dibujos, pero ahora, los combinan con números que principalmente expresan las puntuaciones que obtuvieron en el juego. En la categoría *pictográfica y escrita*, solo hay una Representación MP, que incluye un dibujo de la actividad del juego, y también una descripción por escrito de las puntuaciones que obtuvo el alumno y sus compañeros de juego. De todas las Representaciones MP de este taller, solamente una está en la categoría *escrita*, pues en ella el alumno describe con palabras lo que realizó durante la sesión. En la categoría *escrita y simbólica* se encuentra la Representación MP de un alumno que describió las puntuaciones que obtuvo en el juego, combinadas con números. En la categoría de *pictográfica, escrita y simbólica* se encuentran 4 Representaciones MP de alumnos que usaron dibujos, números y palabras en su representación.

Estos resultados concuerdan con los encontrados por Carruthers y Worthington (2006), en el sentido que hay niños que están en periodo de transición y utilizan distintos lenguajes según la ocasión; así como usan una combinación de dos o más lenguajes al realizar sus representaciones.

En este taller la presencia del lenguaje *pictográfico* domina en las Representaciones MP de los alumnos, por lo tanto, es un indicador de que los niños eligieron predominantemente los dibujos como el medio de comunicación en sus representaciones. Sin embargo, no es de uso exclusivo, pues muchos alumnos decidieron combinarlo con otros lenguajes. Podemos decir que existe una variedad de combinaciones de lenguajes, porque la mayoría de los alumnos utilizaron dos o tres lenguajes en sus representaciones. Estos resultados nos permiten apreciar que al dar una consigna abierta a los niños durante la actividad de representación, son ellos mismos los que eligen el tipo de lenguaje que creen más conveniente para comunicarse y conseguir su comprensión.

En el T2 también se encontraron elementos que pertenecen a las categorías *pictográfica, escrita y simbólica* y algunas combinaciones de estas. En este taller, cerca de la cuarta parte de las Representaciones MP de los alumnos utilizaron elementos *pictográficos* como dibujos de los patos y cajas. De igual manera, cerca de la cuarta parte de las Representaciones MP del alumnado están en la categoría *escrita*, pues comunicaron las descomposiciones mediante palabras. Lo que se observa es que todo el alumnado utilizó elementos *simbólicos* en sus representaciones. Los niños usan los números para representar las

descomposiciones del número 7, también algunos hacen uso de los signos “+” y “=” para formar las frases matemáticas.

A continuación (tabla 5), se presentan las categorías identificadas en el Taller 2. En algunas Representaciones MP se utiliza una sola categoría y en otros las combinan.

Tabla 5. Categorías identificadas en las Representaciones MP del Taller 2

Categoría	Ejemplo	TOTAL
Simbólica	$6+1=7$ $5+2=7$ $4+3=7$	12
Simbólica y escrita		5
Simbólica y pictográfica		5
TOTAL		22

En el T2, como se puede observar en la tabla 5, la totalidad de los alumnos utilizó el lenguaje *simbólico* en sus Representaciones MP, ya que incluyeron números y/o signos matemáticos en ellas. Un poco más de la mitad de las Representaciones MP de los alumnos que participaron en este taller contienen solo elementos *simbólicos*, pues en este caso, los alumnos representaron las descomposiciones con los números y algunos signos. Del total de las Representaciones MP, 5 incluyen elementos *simbólicos* y *escritos*, en este caso, los

alumnos expresaron por escrito las descomposiciones que conocían. De igual forma, 5 Representaciones MP de las 22, contienen elementos *simbólicos* y *pictográficos*, y aquí, los alumnos decidieron utilizar dibujos para combinarlos con las descomposiciones numéricas que realizaron en sus representaciones.

Este uso generalizado del lenguaje simbólico en el T2 es significativo al compararlo con el taller anterior. Si los mismos alumnos que en el T1 usan seis combinaciones distintas de lenguajes para comunicarse, en el T2 escogen usar el simbólico de forma unánime, lo que indica que han captado la esencia del contenido numérico del T2.

Aunque son los alumnos quienes eligen libremente el lenguaje que consideran más adecuado para comunicarse en cada ocasión, se puede inferir que el tipo de tarea en la que se ha participado influye en la elección de los lenguajes para realizar sus representaciones. Es decir, la actividad principal del T1 era un juego de tipo más vivencial, por lo tanto, para los participantes pudo resultar mejor representar sus ideas mediante dibujos, aunque lo completaron con otros lenguajes. En cambio, la propuesta del T2 fue una actividad más abstracta en la que los alumnos tuvieron que poner en juego sus estrategias de razonamiento para adaptar sus conocimientos a un lenguaje matemático más formal.

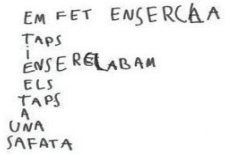
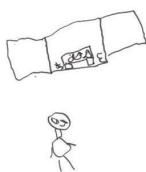
Estos resultados apoyan lo expuesto por Carruthers y Worthington (2006), en el sentido de que los niños van ensayando el uso de distintos elementos gráficos matemáticos informales y formales según el contexto. Los niños de estas edades se mueven con facilidad entre distintas formas de representar las situaciones a las que se enfrentan. Concuerta también, con los resultados de Kamii *et al.* (2001), en el sentido que las formas simbólicas van apareciendo y van siendo mayoritarias en la medida que cada alumno, individualmente, siente que tienen sentido y que es el lenguaje más adecuado para comunicarse en aquella situación.

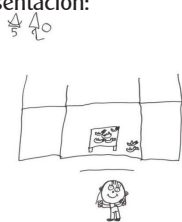
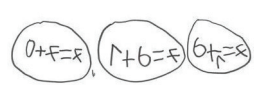


En este trabajo, en la fase 1, se analizaron las Representaciones MP que realizan los niños de 5 a 6 años en dos talleres de descomposición del número 7. Los resultados muestran que los niños pequeños usan distintos tipos de lenguajes en sus representaciones, cuando estas no son guiadas, en concreto se encontraron representaciones pictográficas, escritas y simbólicas y a menudo aparecen combinadas. Cuando los niños eligen qué marcas poner y los adultos las validan, se crea un entorno de confianza que permite que vaya apareciendo el simbolismo más formal, sin presión, facilitando que las usen cuando estén preparados y tengan sentido para ellos.

4.1.2 Fase 2: Categorización de las representaciones según el contenido matemático

Se analizaron las ideas matemáticas que los alumnos representaron con relación al contenido matemático de descomposición del número 7 durante los dos talleres y, se identificaron diversas categorías emergentes, que se detallan en la tabla 6.

Tabla 6. Categorías y ejemplos de las Representaciones MP y verbalizaciones según su contenido matemático

Nivel	Categoría	Indicadores
1	Representa/Verbaliza sin hacer referencia a cantidades.	Los niños elaboran una representación sin hacer referencia a cantidades.
Ejemplo	<p>Representación:</p> 	<p>Verbalización:</p> <p>INVG: ¡A ver! ¿Qué explicas aquí? AXEL: Son todas letras. INVG: Son letras, ¿verdad? ¿Qué dice? AXEL: Hemos encestado patos y encestábamos los patos en una bandeja. Son todas letras.</p>
2	Representa/Verbaliza alguna cantidad inferior o igual a 7	Los niños realizan una representación, o la expresan, haciendo referencia a una cantidad menor o igual a 7.
Ejemplo	<p>Representación:</p> 	<p>Verbalización:</p> <p>SAÚL: Son tres patos.</p>
3	Representa/Verbaliza una descomposición del número.	Los niños representan o expresan una descomposición del número en dos o más sumandos.

Ejemplo	<p>Representación:</p> 	<p>Verbalización:</p> <p>GEMA: He dibujado aquí los patos, los que he encestado cinco y aquí los que no he encestado dos.</p>
4	<p>Representa/Verbaliza varias descomposiciones del número.</p>	<p>Los niños representan o expresan varias descomposiciones del número en dos o más sumandos.</p>
Ejemplo	<p>Representación:</p> 	<p>Verbalización:</p> <p>LISA: Pues aquí he hecho cero más siete, son siete, uno más seis son siete y seis más uno son siete.</p>
5	<p>Representa/Verbaliza todas las descomposiciones</p>	<p>Los niños realizan una representación o la expresan en la que aparecen todos los números del 0 al 7 para realizar las descomposiciones.</p>
Ejemplo	<p>Representación</p> 	<p>Verbalización:</p> <p>GEMA: Yo he puesto aquí el siete porque he sumado el siete y, entonces, cero y siete son siete, y cinco y dos son siete, y cuatro y tres son siete y seis más uno son siete.</p>
6	<p>Representa/Verbaliza todas las descomposiciones y/o las sistematiza</p>	<p>Los niños realizan o expresan una representación en las que aparecen todas las descomposiciones posibles del número en dos sumandos y además las sistematizan ordenando los sumandos.</p>
Ejemplo	<p>Representación:</p> 	<p>Verbalización:</p> <p>NINA: El cero y el siete. INVG: ¿Y qué más? NINA: El uno y el seis, el dos y el cinco, el tres y el cuatro, el cuatro y el tres, el cinco y el dos, el seis y el uno, el siete y el cero.</p>

En la tabla 6 se muestran las categorías identificadas, ordenadas según el aumento de complejidad. En la categoría del nivel 1. *Representa/Verbaliza sin hacer referencia a cantidades*, se contemplan las representaciones o verbalizaciones de los alumnos que no representan ni mencionan cantidades. La categoría del nivel 2. *Representa/Verbaliza alguna cantidad inferior o igual a 7*, contempla las representaciones o verbalizaciones en las que solo se incluye una parte de la descomposición, es decir, un número menor a la cantidad 7, o las que hacen mención a la cantidad 7 sin descomponer, pueden hacerlo mediante un conteo, representando o mencionando la cantidad. La categoría del nivel 3. *Representa/Verbaliza una descomposición del número*, incluye las representaciones y/o verbalizaciones que tengan una descomposición del número 7. La categoría del nivel 4. *Representa/Verbaliza dos o más descomposiciones del número* 7 ya sean en dos o más sumandos. La categoría del nivel 5. *Representa todas las descomposiciones*, incluye las representaciones que tengan las 4 descomposiciones básicas donde se utilicen todos los dígitos del 0 al 7. Esto se justifica, como dicen Clements y Sarama (2015), porque en estas edades se comienza a desarrollar el principio de la conmutatividad y puede haber alumnos que no les fuera necesario escribir las mismas operaciones con los sumandos invertidos. La categoría del nivel 6. *Representa/Verbaliza todas las descomposiciones y/o las sistematiza*, incluye representaciones y/o verbalizaciones en las que los niños realizan o dicen parejas de números que sumadas dan siete, ordenando todas las descomposiciones del número en dos sumandos. Esta categoría mantiene una estrecha relación con la finalidad del Taller 2 de descomposición, pero también es una estrategia que puede ayudar a saber si se han encontrado todas las descomposiciones posibles de patos dentro y fuera de la caja.

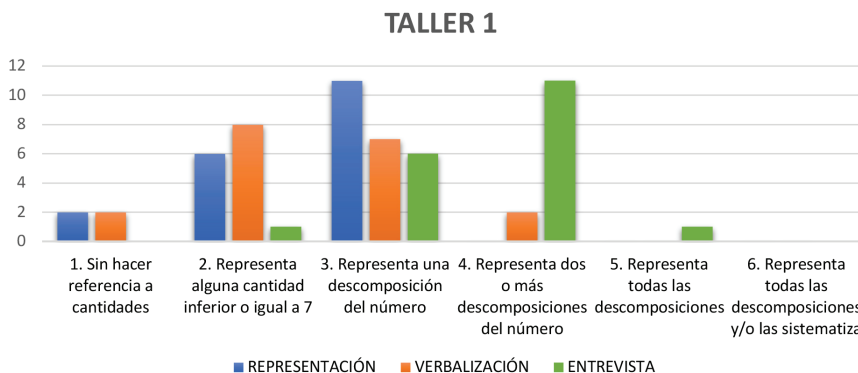


Figura 1. Resultados del Análisis de la Fase 2 en el Taller 1.

La figura 1 muestra la clasificación de las Representaciones MP según su contenido matemático. En el T1 las *representaciones* se encuentran en las categorías de la 1 a la 3. Las *verbalizaciones* se sitúan de la categoría 1 a la 4. Casi todas las *entrevistas* se encuentran en las categorías 3 y 4. Si nos centramos en las *representaciones*, el contenido más frecuente es 'representa una descomposición del 7', pues en 11 de las 19 representaciones estuvo presente. En segundo lugar, cerca de un tercio de los alumnos 'representaron alguna cantidad igual o inferior a 7' y solo 2 alumnos no hacen referencia a ninguna cantidad. En las *verbalizaciones*, la categoría con mayor presencia es 'expresa alguna cantidad inferior o igual a 7', en las que los alumnos se referían a una parte de la descomposición. Seguido, con un solo caso de diferencia, se encontraron las verbalizaciones correspondientes a 'expresa una descomposición del número 7'. Al igual que en las representaciones, en las verbalizaciones, 2 alumnos no hacen referencia a ninguna cantidad. En el otro extremo de la curva de verbalización encontramos también a 2 alumnos que 'expresan dos o más descomposiciones del número' aunque no las habían representado. Por último, en el momento de la *entrevista*, la categoría más frecuente es 'expresa dos o más descomposiciones del número', lo que muestra que más de la mitad del grupo conoce más de una descomposición diferente. En los extremos de la curva de la entrevista encontramos, por un lado, a un alumno en la categoría 2 en la que tan solo 'expresa una cantidad inferior a 7', la razón es el poco dominio de las lenguas vehiculares del aula al ser un recién llegado extranjero. Y, por otro lado, encontramos a un alumno que 'expresa todas las descomposiciones en

dos sumandos’, lo cual no había aparecido durante el taller, ni en las representaciones, ni en las verbalizaciones.

Los resultados de este taller nos muestran que existe una evolución gradual en la presencia del contenido matemático de acuerdo con los tres momentos. Las Representaciones MP se sitúan en los primeros 3 niveles, cuando los alumnos realizan las explicaciones de su representación, de manera verbal, aumenta hasta el nivel 4 y si se les realizan algunos cuestionamientos como las preguntas de la entrevista, los contenidos matemáticos pueden alcanzar hasta el nivel 5.

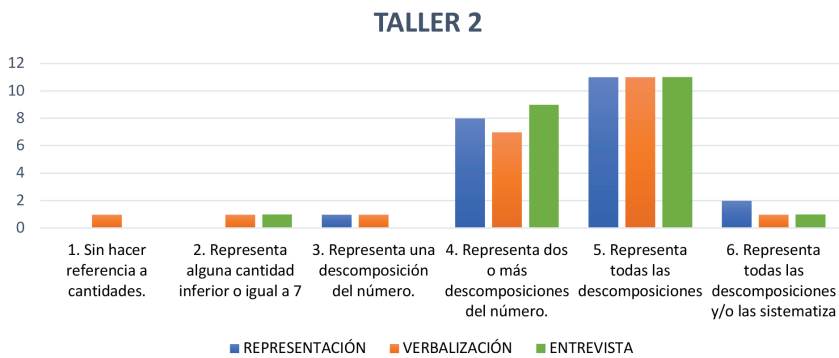


Figura 2. Resultados del Análisis de la Fase 2 en el Taller 2.

En la figura 2 destaca que, en el T2, la mitad del alumnado se sitúa en el nivel 5 ‘representa o expresa todas las descomposiciones en dos sumandos’, en los tres momentos (*la representación, la verbalización y las entrevistas*). Estos resultados muestran que existe un progreso en la presencia del contenido matemático, pues en los diferentes momentos se representan y expresan contenidos con todas las descomposiciones del número 7. La segunda categoría más frecuente, se sitúa en la 4 ‘representa dos o más descomposiciones del número’ con más de un tercio de la población, es decir, 8 alumnos representan dos o más descomposiciones del número, 7 alumnos las verbalizan y 9 alumnos las expresan durante la entrevista. Este hecho denota un avance en el desarrollo del contenido matemático en comparación con los resultados del T1. Es interesante observar que en este taller la verbalización está presente en todas las categorías y que un alumno ‘expresa todas las descomposiciones del número y/o sistematiza’ en los tres momentos.

El NCTM (2003) menciona que las representaciones ayudan a los estudiantes a organizar su pensamiento al permitir concretar las ideas matemáticas y ser más asequibles a la reflexión, lo cual queda reflejado en la figura 2, ya que se puede apreciar que las ideas matemáticas de la descomposición de número están presentes en las representaciones que realiza el alumnado, independientemente del tipo de lenguaje que escoja para hacerlo. Estos resultados también confirman la idea de que los niños son capaces de realizar descomposiciones de número, pues comprenden que un número está integrado en partes más pequeñas y conforme trabajan diversas estrategias pueden encontrar todas las combinaciones posibles de un mismo número (Clements y Sarama, 2015). Los resultados observados también coinciden con los resultados de Castro (2006) pues en los dos talleres existe una gran presencia del contenido matemático de las descomposiciones del número 7. Los niños avanzan desde lo concreto con actividades donde usan materiales manipulativos, como lo hicieron en el Taller 1, desarrollando contenidos de forma más abstracta, como en el Taller 2 permitiendo el desarrollo de la competencia matemática. De igual forma estos resultados concuerdan con van Oers (2010), en el sentido que, el pensamiento matemático de los niños y niñas es un proceso culturalmente guiado, en el que puede asignarse a las acciones de los niños en un contexto de resolución de problemas en conjunto con otras personas ya sean iguales o adultos, que poseen un conocimiento mayor. Por ello, cuando a los niños se les involucra en actividades donde no hay una imposición de acciones y de resultados, en las que se respetan sus propias formas de comunicación y se les apoya para que realicen cuestionamientos que faciliten la comprensión sobre sus propios procesos matemáticos, surge el desarrollo de la competencia matemática.

4.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN RELATIVOS AL OBJETIVO 2

Para abordar el objetivo 2, partiendo de la idea de utilizar la actividad de 'La página en blanco' como instrumento que permite a los niños y niñas elaborar las Representaciones MP, se confeccionó una herramienta con la finalidad de facilitar la identificación e interpretación de las ideas matemáticas del alumnado que emergen de sus representaciones respecto al contenido matemático de la descomposición, en este caso, del número 7. Esta herramienta se concretó en una rúbrica para organizar la valoración de las Representaciones MP de los niños en el tema de la descomposición de número 7. Para su construcción, se partió de los resultados las dos fases de análisis realizadas en esta investigación y expuestos en los anteriores subapartados.

Una rúbrica es un instrumento para evaluar los procesos de aprendizaje tomando en cuenta los criterios de realización relacionados con la evaluación de una competencia (o de componentes de diferentes competencias) y, los criterios de resultados correspondientes a los diferentes niveles de logro, concretados en indicadores relacionados con la tarea de evaluación (Sanmartí, 2010).

Primeramente, se establecieron unos niveles que permitieron identificar el desarrollo progresivo de la descomposición del número 7 en la fase 2 de esta investigación. Se tomó en cuenta la presencia del contenido matemático en las representaciones encontrando seis categorías, que se establecieron como los niveles de la rúbrica y son los siguientes: Nivel 1. *Representa sin hacer referencia a cantidades*, Nivel 2. *Representa alguna cantidad que sea 7 o menor a este número*, Nivel 3. *Representa una descomposición del número 7*, Nivel 4. *Representa varias descomposiciones del número 7*, Nivel 5. *Representa todas las descomposiciones del número 7 en dos sumandos* y Nivel 6. *Representa todas las descomposiciones del número 7 y/o las sistematiza*.

Después, se establecieron tres etapas de logro, de acuerdo con la clasificación de las representaciones en los dos talleres durante la segunda fase. Por ello, se estableció la primera etapa como *Básico*, correspondiéndole el nivel 1 y 2, la segunda como *Intermedio*, incluyendo los niveles 3 y 4 y la tercera como *Avanzado*, que contiene los niveles 5 y 6. Es importante recordar que las representaciones siempre deben de estar acompañadas de una explicación verbal de los alumnos, ya que es lo que aporta elementos suficientes para interpretarlas y así poder realizar una valoración más ajustada. A continuación en la tabla 7, se presenta la rúbrica propuesta para valorar las Representaciones MP que realizan los estudiantes en el tema de la composición de número 7.

Tabla 7. Rúbrica de valoración de las Representaciones Matemáticas en Papel sobre la descomposición del número 7

Rúbrica para evaluar las representaciones matemáticas sobre la descomposición del número 7							
Representación	Etapa de Logro	Básico		Intermedio		Avanzado	
	Niveles	1. Sin hacer referencia a cantidades.	2. Representa alguna cantidad inferior o igual a 7.	3. Representa una descomposición del número 7.	4. Representa varias descomposiciones del número 7.	5. Representa todas las descomposiciones en dos sumandos.	6. Representa todas las descomposiciones del número y/o las sistematiza.
		La representación no incluye ninguna cantidad. Ni se relaciona con el concepto matemático.	La representación incluye alguna cantidad igual o menor a 7 sin realizar ninguna descomposición	Representa una descomposición del número 7.	Representa varias, pero no todas las descomposiciones del número.	Representa todas las descomposiciones del número 7.	Representa todas las descomposiciones del número 7. Reconoce equivalencia de descomposiciones que implican propiedades de la estructura aditiva como la conmutativa, asociativa y el elemento neutro.
Verbalización		Verbaliza ideas sin mencionar cantidades, o bien no tienen relación con el concepto matemático.	Verbaliza alguna cantidad que sea igual o menor a 7, pero no menciona la descomposición	Verbaliza una descomposición del número 7.	Verbaliza varias, pero no todas las descomposiciones del número 7.	Verbaliza todas las descomposiciones del número 7.	Verbaliza y justifica todas las descomposiciones del número 7.

5. CONCLUSIONES

A lo largo de esta investigación se ha evidenciado la importancia que tienen las Representaciones MP que elaboran los niños de educación infantil para comunicar sus ideas respecto a un contenido matemático. Considerar estas representaciones para dar significado a sus propias ideas matemáticas informales permite promover su pensamiento matemático y conectarlo con las matemáticas formales (Carruthers y Worthington, 2006; Worthington *et al.*, 2019). Ofrecer prácticas educativas que incluyan realizar representaciones en papel facilita que el alumnado de esta etapa educativa pueda hacer conexiones entre las matemáticas informales y las escolares, como hemos podido observar bajo las condiciones de esta investigación, cuando el alumnado participante ha podido representar sus ideas respecto al contenido de la descomposición del número 7.

La evolución de las representaciones de un taller a otro pudo apreciarse gracias a 'La página en blanco', pues ha resultado ser una herramienta que ha permitido que los niños eligieran y representaran lo que les pareció más importante de la actividad escolar. Esta herramienta, al ser de consigna abierta, permite que los alumnos puedan expresar libremente lo que deseen representar y la forma en cómo deseen hacerlo. También ayudó a los docentes a apoyar y comprender el proceso de aprendizaje de los niños, así como conocer cómo es el desarrollo de su pensamiento matemático.

En relación con el objetivo 1 de esta investigación, se ha identificado que el alumnado utiliza 3 tipos diferentes de lenguaje en sus Representaciones MP como son: el pictográfico, el escrito y el simbólico, y a menudo estos lenguajes aparecen combinados. La frecuencia de aparición de los distintos lenguajes se relaciona con la tipología de la actividad de cada taller. Se encontró que, en el T1, con una actividad motriz de juego de puntería, el lenguaje más utilizado fue el pictográfico, pues los niños y niñas comunican su vivencia principalmente mediante dibujos aunque los acompañan muy a menudo de elementos de los lenguajes más abstractos. En el T2, con una actividad centrada en encontrar parejas de números que sumados den 7, el lenguaje más utilizado fue el simbólico, pues todo el alumnado lo utilizó para expresar la esencia de este taller, aunque a menudo se acompañan de elementos de otros lenguajes. En cuanto al contenido matemático presente en las Representaciones MP, se observó que los alumnos reconocen las diversas descomposiciones del número 7, pues representan la relación de parte-todo utilizando diversos lenguajes.

Siguiendo con el contenido matemático, se ha creado una secuencia progresiva similar a una trayectoria de aprendizaje (Clements y Sarama, 2015). Consta de los siguientes seis niveles por los que pueden transitar los estudiantes durante los dos talleres para desarrollar el aprendizaje de la descomposición del 7: Nivel 1. *Representa sin hacer referencia a cantidades*; Nivel 2. *Representa alguna cantidad que sea 7 o menor a este número*; Nivel 3. *Representa una descomposición del número 7*; Nivel 4. *Representa varias descomposiciones del número 7*; Nivel 5. *Representa todas las descomposiciones del número 7 en dos sumandos*; y Nivel 6. *Representa todas las descomposiciones del número 7 y/o las sistematiza*.

Para abordar el objetivo 2 de la investigación, se elaboró una rúbrica de valoración de las representaciones matemáticas indicando los seis niveles progresivos de desarrollo en el aprendizaje de la descomposición del 7. Nivel 1. *Representa sin hacer referencia a cantidades*, Nivel 2. *Representa alguna cantidad que sea 7 o menor a este número*, Nivel 3. *Representa una descomposición del número 7*, Nivel 4. *Representa varias descomposiciones del número 7*, Nivel 5. *Representa todas las descomposiciones del número 7 en dos sumandos* y Nivel 6. *Representa todas las descomposiciones del número 7 y/o las sistematiza*. Se definieron tres etapas de logro denominadas: Básico, Intermedio y Avanzado. Con los descriptores de cada etapa se podrá valorar la representación y ubicarla dentro de un rango de nivel de desarrollo del contenido matemático.

Es importante mencionar que en cada uno de los niveles se consideraron los tipos de lenguajes encontrados en la fase 1 de esta investigación, sin embargo, el estudio del tipo de relación entre los lenguajes de las representaciones y la comprensión del contenido matemático no fue objetivo de esta investigación y por esta razón no se han incluido los lenguajes en la rúbrica. Este estudio actualmente está en proceso.

Por último, este instrumento pretende ser una contribución para facilitar la interpretación de las Representaciones MP del alumnado de la etapa de educación infantil, ya que puede ayudar a conocer el desarrollo de una parte de la competencia aritmética, concretamente la relación parte-todo, en los alumnos de esta etapa. Será necesario realizar nuevas investigaciones para comprobar la bondad de la rúbrica y mejorar su diseño a partir de su aplicación en las aulas, usarla en otros contextos, ajustándola para ser usada en la descomposición de los números iguales o menores a 10 y así poder valorar mejor su eficacia.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se enmarca en la agenda científica del Grupo de Investigación en Práctica Educativa y Actividad Matemática (GIPEAM) 2021SGR-159, Govern de Catalunya, y en particular gracias al apoyo del proyecto PID2019-104964GB-I00 del Gobierno de España y el proyecto PID2021-127104NB-I00 financiado por MCIN/ AEI/10.13039/501100011033/ y por “FEDER Una manera de hacer Europa”.

REFERENCIAS

- Alsina, À., y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 21-34. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2014.23-36>
- Baroody, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños: Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. MEC y Visor Libros.
- Baroody, A. J. (2004). The developmental bases for early childhood number and operations standards. In D. H. Clements y J. Sarama (Eds.), *Engaging young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education* (pp. 173-220). Erlbaum.
- Bermejo, V. (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Editorial CCS.
- Bishop, A. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.
- Braun V., y Clarke V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Brownell, J., Chen, J.Q., y Ginet, L. (2014). *Big Ideas of Early Mathematics: What Teachers of Young Children Need to Know*. Erikson Institute, Pearson.
- Bruner, J.S. (1966). *Toward a theory of instruction*. The Belknap Press – Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Carruthers, E., y Worthington, M. (2006). *Children's mathematics: Making marks, making meaning (2ª ed.)*. Paul Chapman Publishing. <https://doi.org/10.4135/9781446213780>
- Castro, E. (2006). Competencia matemática desde la infancia. *Pensamiento educativo: revista de investigación educacional latinoamericana* 39(2), 119-135.
- Castro, E., Cañadas, M. C., y Castro-Rodríguez, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 1-11. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2013.1-11>

- Castro-Rodríguez, E., y Castro, E. (2013). La relación parte-todo. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática: Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 85-92). Comares. <https://doi.org/10.36006/09094>
- Clements, H.D., y Sarama, J. (2011). *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education*. Taylor y Francis e-Library.
- Clements, H.D., y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad*. Learning Tools LLC.
- Duval, R. (1993). Semiosis et Noesis. En *Lecturas en Didáctica de la Matemática: Escuela Francesa*. Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Edo, M. (2005). Educación matemática versus Instrucción matemática en Infantil. En P. Pequito, A. Pinheiro (Eds.) *Actas do I Congresso Internacional de Aprendizagem na Educação de Infância-CIANEI* (pp. 125-137). Gailivro.
- Edo, M. (2021). En Innovamat en Español. fórMATe. Educación Infantil: La página en blanco. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=jURZjUpYAcY&t=489s>
- Edo, M. y Marín, A. (2017). La hoja en blanco en la representación matemática en infantil. En J. Gairín e I. Vizcaíno. *Manual de Educación Infantil. Orientaciones y Recursos (0-6 años)* (pp.1-17). Wolters Kluwer.
- Ginsburg, H. (1977). *Children's Arithmetic*. Van Nostrand.
- Goldin, G. (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. In A.A. Cuoco y F.R. Curcio, (Eds.) *The Roles of Representation in School Mathematics: 2001 Yearbook* (pp. 1-23). National Council of Teachers of Mathematics.
- Goldin, G. (2014). Mathematical Representations in S. Lerman (Edt) *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 409- 413). Springer.
- Hiebert J. (1984). Children's mathematical learning: The struggle to link form and understanding. *Elementary School Journal*, 84(5), 497-513. <https://doi.org/10.1086/461380>
- Hughes, M. (1986). *Children and Number: Difficulties in Learning Mathematics*. Blackwell.
- Kamii, C., Kirkland, L., y Lewis, B.A. (2001). Representation and Abstraction in Young Children's Numerical Reasoning. In A.A. Cuoco y F.R. Curcio, (Eds.) *The Roles of Representation in School Mathematics: 2001 Yearbook* (pp. 24-34). National Council of Teachers of Mat.
- Lesh, R., Post, T., y Behr, M., (1987) Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

- Sanmartí, N. (2010). *Avaluar per aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Educació.
- Santamaría, J. S. (2013). Paradigmas de investigación educativa: de las leyes subyacentes a la modernidad reflexiva. *Entelequia: revista interdisciplinar*, 16, 91-102.
- Sarama, J., y Clements, D. H. (2008). Mathematics in the early childhood. In O. N. Saracho y B. Spodek (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (pp. 67-94). Information Age Publishing. <https://doi.org/10.1177/1476718x080060030604>
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.
- Van Oers, B. (1994). Semiotic activity of young children in play: The construction and use of schematic representations. *European Early Childhood Education Research Journal*, 2(1), 19-33. <https://doi.org/10.1080/13502939485207501>
- Van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74, 23-37. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9225-x>
- Vanegas, Y., Prat, M. y Edo, M. (2022). Representaciones matemáticas de niños y niñas de 5-6 años cuando resuelven un problema abierto. *Alteridad, Revista de Educación*, 17(2), 180-193. <https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.02>
- Vilalta, A. (2021). Un proyecto para desarrollar la competencia matemática en el aula de primaria. *UNO - Revista de didáctica de las matemáticas*, 92, 73-79.
- Worthington, M., Dobber, M., y van Oers, B. (2019). The development of mathematical abstraction in the nursery. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 91-110. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09898-3>
- Zúñiga, M. (2014). El aprendizaje de la descomposición aditiva en la Educación Infantil: Una propuesta para niños y niñas de 5 a 6 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 84-113. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2014.84-113>
- Wallon, H. (1942). *De l'acte à la pensée*. Flammarion.

Autor de correspondencia:

BRENDA LORENA GARCÍA TRIANA

Dirección: Plaça Cívica, Bellaterra, Barcelona, Catalunya, España
C.P. 08193
BrendaLorena.Garcia@autonoma.cat

Teléfono: +34 935 81 11 11