

Irana Veliz López,* Ricardo Mansilla,** J. M. Nieto-Villar***

Economía circular: una mirada desde la termodinámica y las ciencias de la complejidad[◊]

Circular economy: a look from thermodynamics and complexity sciences

Abstract | A comparison is established between the traditional design of the linear economy and that of a circular economy through the proposal of heuristic dynamic models based on non-linear systems of ordinary differential equations. It was found that, for critical values of the control parameter, natural resources, through an Andronov-Hopf bifurcation, the circular economy model self-organizes out of thermodynamic equilibrium, and exhibits high complexity, robustness, resilience and adaptability, which was verified by evaluating the Shannon entropy of their trajectories. Finally, it was shown, through an ansatz, that the circular economy model shows greater efficiency compared to the traditional linear model.

Keywords | circular economy | mathematical modeling | econometrics | thermodynamics | Shannon entropy | complexity | econophysics.

Resumen | Se establece una comparación entre el diseño tradicional de la economía lineal y el de una economía circular a través de la propuesta de modelos dinámicos heurísticos basados en sistemas no lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias. Se encontró que, para valores críticos del parámetro de control, los recursos naturales, a través de una bifurcación de Andronov-Hopf, el modelo de economía circular se autorganiza fuera del equilibrio termodinámico, y exhibe una alta complejidad, robustez, resiliencia y adaptabilidad, lo cual se verificó a través de evaluar la entropía de Shannon de sus trayectorias. Finalmente, se mos-

Recibido: 6 de mayo, 2023.

Aceptado: 27 de septiembre, 2023.

* Universidad de La Habana, Facultad de Economía.

** Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades; Centro Peninsular en Humanidades y Ciencias Sociales (CEPHCIS), Mérida, México.

*** Universidad de La Habana, Departamento de Químico-Física, A. Alzola Grupo de Termodinámica y Sistemas Complejos M. V. Lomonosov Chair, Facultad de Química.

[◊] Agradecimientos: a los Dres. A. Alzola y G. Cocho *in memoriam*. Uno de los autores (JMN) agradece al CEPHCIS de La UNAM, México, por la cálida hospitalidad, y el apoyo económico por parte del PREI-DGAPA-UNAM-2022. Al colega, Lic. J. Pomuceno por sus valiosas sugerencias. Al colega, Lic. E. Silva por su apoyo en el diseño de las gráficas. Finalmente, a los (las) árbitros anónimos por sus valiosos señalamientos y recomendaciones.

Correos electrónicos: irana.veliz@fec.uh.cu | mansy@unam.mx | nieto@fq.uh.cu

Veliz López, Irana, Ricardo Mansilla, J. M. Nieto-Villar. «Economía circular: una mirada desde la termodinámica y las ciencias de la complejidad.» *INTER DISCIPLINA* 12, n° 33 (mayo-agosto 2024): 297-313.

doi: <https://doi.org/10.22201/ceiich.24485705e.2024.33.88250>

tró por medio de un *ansatz*, que el modelo de economía circular muestra una mayor eficiencia en comparación con el modelo tradicional lineal.

Palabras clave | economía circular | modelación matemática | econometría | termodinámica | entropía de Shannon | complejidad | econofísica.

Introducción

LA ECONOMÍA DE UNA SOCIEDAD constituye la piedra angular de su desarrollo. A partir de los recursos disponibles en una economía, materias primas, tecnologías, etc., se generan al interior de esta, productos destinados tanto al consumo como a la exportación, los cuales satisfacen el consumo interno dentro de la economía en cuestión y permiten, a través de la exportación, el ingreso de divisas extranjeras, tecnologías, insumos y materias primas, todo lo cual está orientado básicamente a un crecimiento económico.

Es conocido que el modelo económico seguido históricamente (Ugalde Hernández 2021) está basado en un proceso lineal, en lo adelante lo llamaremos economía lineal (EL). El término lineal se emplea en el sentido de: extraer, producir, consumir y desechar (Ugalde Hernández 2021). El modelo de la EL está caracterizado básicamente por un uso indiscriminado de los recursos naturales, el cual ha conducido a la deforestación, agotamientos de las fuentes de abasto de agua, por mencionar solo unos pocos ejemplos, los cuales ponen en riesgo de forma continua su agotamiento. Además, la gran mayoría de las tecnologías empleadas en la producción generan una gran cantidad de desechos tóxicos, provocando un gran impacto ambiental, contaminación del medioambiente, del hogar, de la cadena alimenticia, conduciendo irremediablemente a un cambio climático y al conocido calentamiento global (López-Mesa 2022).

A pesar de que en los últimos años se han realizado encomiables esfuerzos por diversos países y organizaciones internacionales (UN *climate change* 2023) de cara a mitigar estos efectos no deseados, los cuales ponen en riesgo la vida del planeta, el problema aún sigue sin una solución aparente.

Este modelo económico de la EL ha fomentado, además, el consumo como fin último de la sociedad, la llamada flecha dorada (Leonard y Conrad 2018). Para potenciarlo, las sociedades establecieron como estrategia la llamada obsolescencia programada y percibida (Leonard y Conrad 2018), esta última patrocinada y potenciada por las grandes corporaciones a través de los medios de difusión, las modas, centros comerciales, la Internet de las cosas (Io T), etc. Lo anterior ha propiciado una serie de consecuencias fundamentales como lo son, por ejemplo, en lo económico, un uso indiscriminado de los recursos, pues para satisfacer las demandas se necesitan más recursos; y en lo social, marca el valor social del individuo, limitándolo básicamente a su poder adquisitivo.

Se calcula que solo un porcentaje muy bajo de lo comprado se utiliza, generando una gran cantidad de desechos; por caso, el sector de la alimentación representa alrededor del 30% del consumo total de energía en el mundo y un 22% del total de emisiones de gases de efecto invernadero, y, cada año, se estima que un tercio de toda la comida producida (el equivalente a 1,300 millones de toneladas con un valor cercano al billón de dólares) acaba pudriéndose en los contenedores de basura de los consumidores (UN *sustainable development* 2023).

Es por ello que en la última década del siglo XX se propone una transición hacia un modelo económico de cara a lograr un desarrollo sustentable y amigable con el medio ambiente de la sociedad, la llamada economía circular (EC) (Ellen McArthur Foundation 2013). La EC es un paradigma cuyo objetivo es generar prosperidad económica, proteger el medio ambiente y prevenir la contaminación, facilitando así un desarrollo sostenible (UN *desarrollo sostenible* 2022).

La propuesta del modelo de EC se basa en un modelo sustentable, caracterizado por tres ejes fundamentales, representado por las 3R: reducir, rehusar y reciclar (Martínez y Porcelli 2018). Paralelamente a ello, la Industria 4.0 (I4.0), considerada la cuarta Revolución industrial (Tavera Romero *et al.* 2021), ha establecido una gran correlación y sinergia con la EC, convirtiéndose así en un paradigma industrial. Ello permite no solo reducir el impacto ambiental de las industrias y la disminución de la cantidad de desechos generados, sino a que la producción de bienes y servicios se realice a través de un manejo sostenible de materiales y fuentes de energía. En la actualidad, la economía circular se articula en torno a una filosofía basada en las 7R: rediseñar, reducir, reutilizar, reparar, renovar, recuperar y reciclar (Xing *et al.* 2017; Campbell-Johnston *et al.* 2020).

De esta forma la EC se convierte en un modelo ideal para fomentar un desarrollo sostenible (UN *sustainable development* 2023). No obstante, a pesar de las ventajas que ofrece la propuesta de una transición hacia la EC frente a la EL, aun subyace una serie de barreras interconectadas entre sí que frenan su implementación, tales como las financieras, estructurales, operacionales, sociales, entre otras, necesarias a superar, lo cual muestra la complejidad del proceso.

La economía matemática conocida como econometría ha desempeñado un papel crucial en el terreno de la macroeconomía (Téllez 2011; Castañeda 2014), pues no solo ha permitido el desarrollo de la formulación de teorías económicas en términos matemáticos, sino, además, la realización de predicciones económicas (*forecasting*), todo lo cual ha constituido una verdadera e importante revolución metodológica y epistemológica en las ciencias económicas.

Así, en el campo concerniente a la EL existe una extensa y profusa información sobre diferentes tipos de modelos matemáticos —los cuales utilizan diversos campos de las matemáticas, desde el álgebra lineal, la teoría de los conjuntos, la teoría de los sistemas dinámicos, teoría de juegos, entre otros (Jorgenson

1968; Cooley y Ohanian 1997; Nahorski *et al.* 2000; Piętak 2014)—, esencialmente dirigidos a los aspectos macroeconómicos, como la tasa de crecimiento del trabajo, la productividad del trabajo, la tasa de crecimiento del capital o tasa de ahorro e inversión, la productividad del capital, por mencionar algunos (Caraballo y Usabiaga 2002; Texocotitla y Álvarez 2015).

Así, en la macroeconomía se pueden destacar cuatro modelos paradigmáticos: a) modelo de crecimiento de Solow o modelo de Solow-Swan sobre el crecimiento económico (Solow 1956; Swan 1956); b) el modelo de Kaldor relacionado con los procesos cíclicos económicos (Kaldor 1940); c) la llamada teoría general de Keynes, de 1936 (Keynes *et al.* 1971; Cooley y Ohanian 1997), y, d) el modelo sobre el crecimiento económico de Harrod-Domar (Domar 1952; Van Thanh y Nguyen 2023).

Según nuestro mejor conocimiento, a diferencia de la EL, en la EC existen unos pocos trabajos en la literatura sobre el desarrollo de modelos matemáticos (McCarthy *et al.* 2018; García-Barragán *et al.* 2019; Vimal *et al.* 2019; Jayakumar *et al.* 2020; Phanden *et al.* 2021; Arce y Arena 2022), donde, a diferencia de en la EL, la prioridad se centra en cómo lograr una mayor eficiencia y racionalidad en el uso de los recursos materiales y la obtención de tasas más altas de circularidad.

Los numerosos intentos de extender el formalismo termodinámico al ámbito de la EC han estado dirigidos fundamentalmente hacia aspectos energéticos, financieros, ecológicos, de salud y medioambientales, entre otros (Rashkovskiy 2021; Georgescu-Roegen 1971).

De este modo, el objetivo de nuestro trabajo es proponer un modelo dinámico heurístico, el cual permita formalizar a través de mimetizar cualitativamente la estructura lineal de la EL como de la circularidad en la EC, respectivamente. Adicionalmente, establecer como conjetura lo siguiente: la EC es una red no lineal de interacciones de diferentes procesos, la cual, a través de una transición de fase, se autorganiza fuera del equilibrio termodinámico.

El manuscrito está estructurado como sigue: en la siguiente sección, ofrecemos la metodología empleada para la propuesta de los modelos heurísticos, para describir la evolución dinámica tanto de la EL como de la EC, respectivamente; posteriormente, brindamos una sección dedicada al análisis de la estabilidad y las simulaciones numéricas de los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, derivados del mecanismo propuesto anteriormente; el desarrollo de un marco formal termodinámico, basado en la entropía de Shannon, se da a conocer en la penúltima sección; finalmente, se presentan las conclusiones y algunas observaciones.

Metodología: modelos dinámicos heurísticos de las EL y EC

Tal y como declaramos al inicio, el objetivo general de este trabajo es proponer heurísticamente un modelo matemático que nos permita establecer una compara-

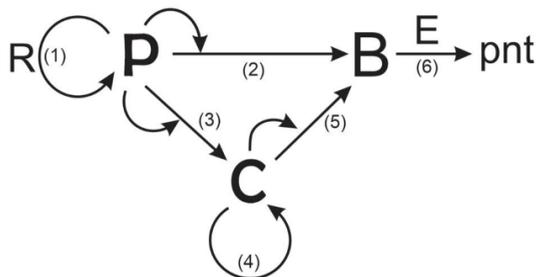
ción cualitativa entre las dinámicas de una EL y una EC, respectivamente. Dejamos claro, que no se trata de ningún tipo de modelo matemático macroeconómico, sino de una manera de dibujar miméticamente las estructuras generales sobre las cuales se erigen las EL y EC, respectivamente.

Para ello se parte de la estructura lineal del modelo tradicional de la EL, en el sentido de: extraer, producir, consumir y desechar. En este entendimiento, para la fabricación de los productos se extraen las materias primas (recursos), se produce, se consume y luego se desecha, sin tener en cuenta el impacto ambiental, sus consecuencias y que los recursos naturales son limitados. Este tipo de estructura económica prioriza el beneficio económico, obviando la sostenibilidad, pues los productos se fabrican con la finalidad de ser usados y tirados (Leonard y Conrad 2018); además, como ya se señaló, se genera una gran cantidad de desechos tóxicos, provocando un gran impacto ambiental.

No es de extrañar entonces que la gran mayoría de los modelos matemáticos macroeconómicos estén encaminados por una parte, a cómo potenciar el crecimiento económico (Solow 1956; Swan 1956; Domar 1952; Van Thanh y Nguyen 2023) y, por otra, al estudio de los procesos cíclicos de la economía (Kaldor 1940), en donde como es conocido, las crisis económicas desempeñan un papel determinante sobre la economía mundial.

Por lo anteriormente planteado, se propone heurísticamente un modelo simple, EcoLin, que rescate cualitativamente los elementos fundamentales las interacciones de la dinámica de la EL: extraer, producir, consumir y desechar, según se muestra en el grafo de la figura 1.

Figura 1. Grafo del modelo propuesto para la EL, EcoLin.



Fuente: Elaboración propia.

En el grafo (figura1), los símbolos representan las diferentes magnitudes: R los recursos naturales, materias primas; P, productos; C, el consumo; B, la basura generada (residuos creados en diferentes escenarios relacionados, por ejemplo,

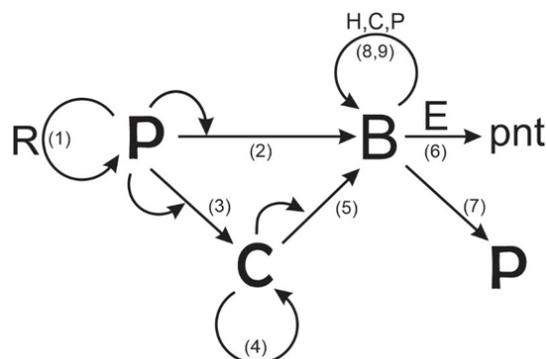
en la producción: desguace de capital y quema de combustible, así como los desechos de los hogares, en donde una fracción de todos estos residuos está formado por los agentes contaminantes) (Sjöström y Östblom 2009), y, E representa las diferentes vías empleadas para la conversión de los desechos tóxicos a sustancias no tóxicas, pnt.

El **paso 1** está relacionado con la producción, el **paso 2** con la generación de basura en los procesos productivos, el **paso 3** con los procesos de distribución y consumo, el **paso 4** muestra la potenciación del consumo, el **paso 5** la basura generada en los hogares, y el **paso 6** la eliminación de los desechos tóxicos.

Las concentraciones de las magnitudes empleadas y las constantes de cada uno de los procesos (**pasos**), del modelo EcoLin (figura 1) se seleccionan heurísticamente y adimensionales, tratando de lograr la mayor generalidad y simplicidad posible, así, tenemos: $k_1 = 2$, $k_2 = 0.001$, $k_3 = 0.5$, $k_4 = 1$, $k_5 = 0.5$, $k_6 = 1$; $[R]_0 = 2$, $[P]_0 = 0.5$, $[C]_0 = 0.1$, $[B]_0 = 0.1$, $[E]_0 = 3$, la simbología $[\dots]_0$ se refiere a la concentración inicial empleada. Las magnitudes R y E se consideran constantes, mientras que los productos (P), el consumo (C), y la generación de basura (B) se toman como variables y se representan como: $p(t)$, $c(t)$ y $b(t)$, respectivamente.

Tal como planteamos al inicio, la EC se plantea como alternativa a la EL, pues en sus procesos de diseño, producción y consumo tiene como objetivos la sostenibilidad, el empleo de nuevas fuentes de recursos y de energía, y ser amigables con el planeta. Además, busca una mayor eficiencia en todos los procesos de producción y consumo. Por ello, a partir de estas premisas, se modificó el modelo EcoLin (figura 1), agregando los procesos de reciclaje y de reutilización, respectivamente. En la figura 2 se muestra el grafo del modelo heurístico propuesto para describir la dinámica del proceso de la EC, EcoCir, que incorpora las 3R, como:

Figura 2. Grafo del modelo propuesto para la EC, EcoCir.



Fuente: Elaboración propia.

La simbología empleada en el grafo de la EC, EcoCir (figura2), tiene el mismo significado que para el caso del modelo EcoLin (figura 1), adicionalmente aparece el símbolo H, relacionado con los procesos de reutilización. En relación con las diferentes etapas de la dinámica de la EC, **pasos**, del **1-6** tienen el mismo significado del modelo EcoLin (figura 1), y se le incorporan tres nuevas etapas, relacionadas con los procesos de reutilizar y reciclar, respectivamente; así, el **paso 7** está relacionado con el proceso del reciclaje, mientras los **pasos 8 y 9** con el proceso de reutilización, los cuales reflejan el carácter de circularidad del proceso.

Las concentraciones de las magnitudes empleadas y las constantes de cada uno de los procesos del modelo EcoCir (figura2), al igual que en el caso del modelo EcoLin, se seleccionan heurísticamente y adimensionales, tratando de lograr la mayor generalidad y simplicidad posible, tenemos entonces: $k_1 = 2$, $k_2 = 0.001$, $k_3 = 0.5$, $k_4 = 1$, $k_5 = 0.5$, $k_6 = 1$, $k_7 = 0.1$, $k_8 = 0.5$, $k_9 = 1$; $[R]_0 = 1 - 4$, $[P]_0 = 0.5$, $[C]_0 = 0.1$, $[B]_0 = 0.1$, $[E]_0 = 3$, $[H]_0 = 3$. Las magnitudes R, E y H se consideran constantes, mientras que, los productos (P), el consumo (C), y la generación de basura (B), se toman como variables y se representan como: $p(t)$, $c(t)$ y $b(t)$, respectivamente.

La concentración de los recursos naturales [R], en ambos modelos se elige como el parámetro de control, PC, $[R]_{pc} = 1 - 4$, de cara a simular el proceso de reducir, es decir, los procesos asociados con las reducciones en la extracción de recursos naturales y la generación de los desechos, lo cual redundará en última instancia en el crecimiento económico. Es bueno aclarar que en la teoría de los sistemas dinámicos el parámetro de control es aquella magnitud que determina la cualidad de la dinámica del sistema (Nieto-Villar *et al.* 2013).

Tal y como señalamos, las concentraciones de las magnitudes empleadas y las constantes de cada uno de los procesos, **pasos**, se seleccionan heurísticamente y adimensionales, tratando de lograr la mayor generalidad y simplicidad posible. Aunque los modelos propuestos son heurísticos, evidentemente los valores elegidos de las concentraciones de las magnitudes empleadas y las constantes deben guardar cierta lógica en relación con cada uno de los procesos, **pasos**. Es necesario reiterar que el modelo EcoCir se reduce al modelo EcoLin si se eliminan los procesos del reciclaje y de reutilización.

En relación con los valores de las constantes, se tiene que: $k_1 = 2$ está relacionada con los procesos productivos, **paso 1**, por lo cual, en ambos casos, EL y EC se supone se implementen tecnologías eficientes que permitan potenciar la productividad y, a su vez, disminuir la cantidad de desechos generados, **paso 2**, es por ello por lo cual la constante adopta un valor pequeño, $k_2 = 0.001$. Las constantes de los **pasos 3 y 4**, relacionados con los procesos de distribución y consumo, $k_3 = 0.5$ y $k_4 = 1$, se eligen proporcionalmente menores en comparación con el proceso de producción, **paso 1**. En relación con la basura generada en los ho-

gares, **paso 5**, se elige un valor mayor, $k_5 = 0.5$, en comparación con el proceso de generación de desechos en los procesos productivos, por los argumentos comentados en la introducción (UN 2023). La eliminación de los desechos tóxicos, **paso 6**, es un proceso prioritario en cualquier modelo económico, es por ello por lo que se selecciona dicho valor, $k_6 = 1$. Como comentamos, el modelo EcoCir se elaboró a partir de modificar el modelo EcoLin, agregando los procesos del reciclaje y de reutilización respectivamente, **pasos 7, 8 y 9**, en cuyos valores de las constantes se refleja la importancia de los mismos.

Análisis de la estabilidad y simulaciones numéricas

Un modelo matemático es una abstracción de la realidad. Específicamente, los modelos matemáticos le sirven a la ciencia para describir la realidad social, natural y el pensamiento, a través de leyes matemáticas, y se construyen a través de la intuición, la razón y las pistas otorgadas por la realidad a través de las leyes generales que lo rigen. Como expresó en su momento Solow:

[...] Toda teoría depende de supuestos que no son del todo ciertos. Eso es lo que lo convierte en teoría. El arte de teorizar con éxito consiste en hacer las inevitables suposiciones simplificadoras de tal manera que los resultados finales no son muy sensibles. Una suposición "crucial" es una de las que dependen sensiblemente las conclusiones, y es importante que los supuestos cruciales sean razonablemente realistas [...] (Solow 1956).

De esta forma, los modelos matemáticos representan una forma adecuada para formalizar el conocimiento de los sistemas dinámicos; así, la modelación matemática de la dinámica económica hace posible la descripción de sus regularidades más importantes y es útil para proporcionar pautas efectivas para el desarrollo de estrategias y la toma de decisiones (Simon y Blume 1994; Hoffman *et al.* 2006).

Los modelos heurísticos que proponemos, EcoLin (figura 1) y EcoCir (figura 2) son una representación cualitativa de la dinámica de los procesos, que mimetizan las evidencias anteriormente comentadas. De acuerdo con estos modelos (figura 1 y figura 2) se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, SEDO, que describen la dinámica de los procesos de la EcoLin, Ec. (3.1) y EcoCir, Ec. (3.2), respectivamente, como:

$$\frac{dp}{dt} = 2k_3 p^2 + k_1 Rp - 2k_2 p^2 = 2Rp - p^2 (1 - 0.001)$$

$$\frac{dc}{dt} = k_3 p^2 = 2k_2 c^2 + k c = 0.5p^2 - c^2 + c \quad (3.1)$$

$$\frac{db}{dt} = k_6 Eb + k_5 c^2 + k_2 p^2 = 0.5c^2 + 0.001p^2 - 3.0b$$

$$\frac{dp}{dt} = 2k_3 p^2 + k_1 Rp - 2k_2 p^2 + k_7 b - k_9 Hpb = 2Rp - 1.002p^2 - 3pb + 0.1b$$

$$\frac{dc}{dt} = k_3 p^2 - k_5 c + k_4 c - k_8 Hcb = 0.5p^2 + 0.5c - 1.5cb \quad (3.2)$$

$$\frac{db}{dt} = -k_6 Eb + k_5 c + k_2 p^2 - k_7 b + k_8 Hcb = -3.1b + 0.5c + 0.001p^2 + 1.5cb$$

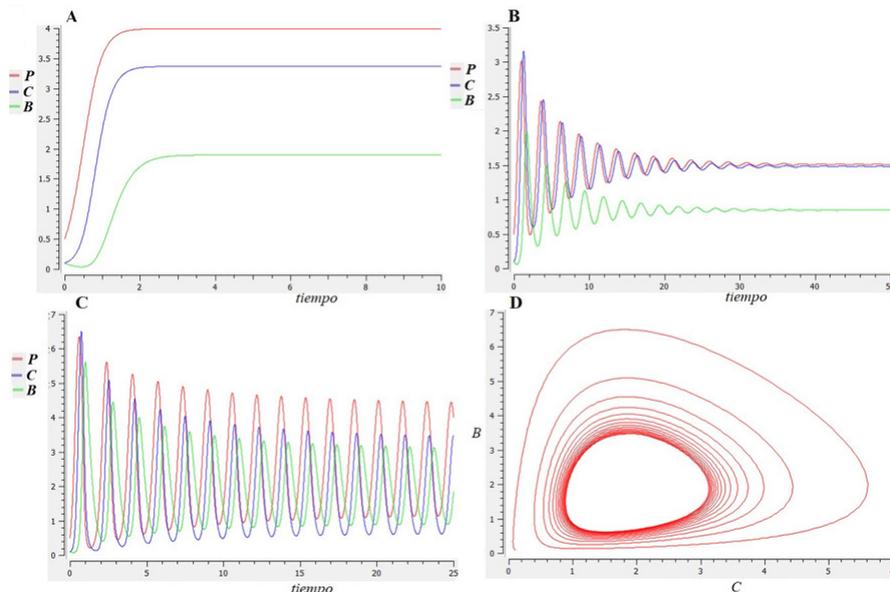
La determinación de los puntos fijos (estados estacionarios), el análisis de estabilidad local y las bifurcaciones se realizaron de acuerdo con la metodología establecida (Andronov y Chaikin 1949; Kuznetsov 2013). A través del análisis de sensibilidad de ecuaciones diferenciales (Varma *et al.* 2005) se selecciona cuantitativamente la respuesta de un sistema dinámico ante los cambios de los parámetros, k_i , del SEDO, de esta forma es posible determinar las etapas, pasos, fundamentales del proceso.

Tenemos entonces que, a través del análisis de sensibilidad (Varma *et al.* 2005), los **pasos** observados como fundamentales del modelo EcoLin (ver figura 1) fueron: **1, 3, 6**, es decir, producción, distribución y consumo, y la eliminación de los desechos tóxicos; mientras que en el modelo EcoCir (figura 2) fueron: **1, 6, 8, 9**. Por una parte, se observa que tanto para la EL como para la EC, ambos tienen en común como procesos fundamentales: la producción, **paso 1**, y la eliminación de los desechos tóxicos, **paso 6**; pero, a diferencia de la EL la cual potencia el consumo, **paso 3**, en la EC este paso no aparece como fundamental. Por otra parte, se aprecia cómo el modelo de la EC potencia el proceso de rehusar, **pasos 8 y 9**, lo cual contribuye, a su vez, a disminuir el consumo y el ahorro de materia prima, y, a su vez, es un indicativo de la circularidad del proceso.

La simulación numérica de los modelos se realizó a través del *software* CO-PASI v.4.22.170 (Hoops 2006). El método numérico utilizado fue el LSODA con una tolerancia relativa de 10^{-6} y una tolerancia absoluta igual a 10^{-12} .

En la figura 3, las series temporales, se muestran los resultados de la simulación numérica, **A, B, C** y el atractor, figura 3D, de los modelos propuestos EcoLin y EcoCir, respectivamente.

Figura 3. Series temporales (A, B, C) y atractor (D) de los modelos propuestos: **A.**—EcoLin, $[R]_0 = 2$; **B.** —EcoCir, $[R]_{pc} = 2$; **C.** —EcoCir, $[R]_{pc} = 4$; **D.** Atractor, ciclo límite, del modelo —EcoCir, $[R]_{pc} = 4$.



Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, se observa cómo la dinámica tanto de la EL, EcoLin, como la de la EC, EcoCir, exhiben un estado estacionario estable (figura 3 A, B, $[R]_{pc} = 2$), algo señalado ya desde la época de Adam Smith, 1776, y David Ricardo, 1817, como un acontecimiento inevitable (Ugalde Hernández 2021). En segundo lugar, se observa cómo, a diferencia de la EL, la EC, para cantidades iguales de recursos disponibles (figura 3 A, B, $[R]_{pc} = 2$), la producción [P], el consumo [C], y la generación de basura [B] son prácticamente la mitad, lo cual pondera a favor de la propuesta de un modelo de EC, constituyendo este una forma racional de economizar los recursos naturales y de disminuir los desechos tóxicos, haciéndola amigable con el medio ambiente.

Como se señaló en el segundo apartado, en el caso la dinámica de la EcoCir, se selecciona la concentración de los recursos naturales, $[R]_{pc}$, como parámetro de control, de cara a simular el proceso de reducir (procesos asociados con las reducciones en la extracción de recursos y la generación de desechos). Es bueno acotar, en el caso de un sistema SEDO no lineal y con lazos de retroalimentación (*feedback*) (Nieto-Villar 2013), como en el caso del modelo EcoCir (figura 2, Ec. (3.2)): el sistema dinámico puede exhibir oscilaciones temporales periódicas, ciclo límite, conduciendo a la autorganización fuera del equilibrio termodinámico.

Así, tenemos que para un valor crítico del parámetro de control, $[R]_{crit} \sim 1.1$, ocurre una transición de fase, es decir, una bifurcación supercrítica de Andronov-Hopf (Kuznetsov 2013) y aparecen oscilaciones temporales (figura 3 **C**, **D**, $[R]_0 = 4$), es decir, el sistema se autorganiza fuera del equilibrio termodinámico.

Este comportamiento muestra la certeza de la conjetura propuesta: la EC es una red no lineal de interacciones de diferentes procesos, que a través de una “transición de fase” se autorganiza fuera del equilibrio termodinámico. La autororganización fuera del equilibrio termodinámico le confiere al modelo EC una alta complejidad, robustez y adaptabilidad, cualidades estas que le garantiza, como sistema dinámico, poder realizar diferentes funciones, incluyendo los procesos de control y regulación.

Marco termodinámico

En las últimas décadas ha adquirido un rol preponderante, dentro de las ciencias económicas, la llamada econofísica (Mansilla 2003; Acatitla *et al.* 2017; Smolyak y Havlin 2022), la cual exhibe un carácter interdisciplinar, e integra diferentes disciplinas tales como la termodinámica, las ciencias de la complejidad, la física estadística, entre otras.

En particular, la termodinámica tiene como objetivos fundamentales desarrollar un formalismo que permita establecer un balance energético, y, a su vez, un criterio evolutivo o direccional a escala macroscópica para los sistemas naturales, aspectos estos que descansan en sus dos principios fundamentales, primero y segundo, respectivamente (Mansilla y Nieto-Villar 2017).

Tal y como comentamos en la introducción, se han desarrollado una serie de trabajos de cara a extender el formalismo termodinámico al ámbito económico (De Hemptinne *et al.* 2022; Norouzi, 2022), de hecho, algunos han establecido un paralelismo entre las variables usualmente empleadas en la termodinámica con las magnitudes económicas (Rashkovskiy 2021).

Una de las magnitudes paradigmáticas, y a su vez intrigante dentro de la termodinámica es la entropía (Jaynes 1991; Mansilla y Nieto-Villar 2017). De hecho, esta ha sido ampliamente empleada en las ciencias económicas (Téllez 2011; Jakimowicz 2020; Phanden *et al.* 2021; Sharma *et al.* 2021; Michel-Mata *et al.* 2022). La llamada entropía de Shannon (1948) ha sido empleada como un indicador de la complejidad en la economía y su relación con factores dinámicos (Faber 1987; Busu 2018).

Con el objetivo de comparar el grado de complejidad entre los modelos EcoLin y la EcoCir, evaluamos la entropía de Shannon, S ; así, de acuerdo con Shannon, formalmente se define la entropía para un proceso de Markov discreto (figuras 1 y 2), por ejemplo, una secuencia discreta de etapas, descrito a través de las probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n , como

$$S = -k \sum_n p_n \ln p_n \quad (4.1)$$

donde k es una constante que determina las unidades de la entropía, $k = 1 \ln 2$, entonces las unidades son el *bit* (*binary digit*), en el caso que nos ocupa, p_n es la probabilidad asociada con el flujo f_n en la etapa n ésima del proceso (figuras 1 y 2), los cuales se evalúan a través de la simulación numérica; así, tenemos:

$$p_n = \frac{f_n}{\sum_i f_i} \quad (4.2)$$

Como resultado se obtiene que: $S_{EcoLin} = 2.15 \text{ bits}$ y $S_{EcoCir} = 2.53 \text{ bits}$ ($[R]_0 = 2$) y $S_{EcoLin} = 1.99 \text{ bits}$ y $S_{EcoCir} = 2.23 \text{ bits}$ ($[R]_0 = 4$), según se observa la EC exhibe una mayor complejidad en comparación con la EL para un valor dado de $[R]_0$, lo cual se traduce en una mayor robustez de la EC en comparación con la EL, apoyando la conjetura propuesta.

El postulado fundamental de la Segunda Ley de la termodinámica establece la irreversibilidad de los procesos naturales a escala macroscópica, imponiendo una restricción fundamental a los procesos económicos, en relación con el empleo de los recursos naturales y, por tanto, demanda una mayor eficiencia en sus procesos productivos. Es bien conocido en la termodinámica que la eficiencia, η , resulta ser una magnitud útil para caracterizar los procesos cíclicos (Kondepudi y Prigogine 1998), la misma representa, en términos energéticos, la razón entre el trabajo realizado sobre la energía suministrada. En el caso que nos ocupa, establecimos por medio de un *ansatz*, para evaluar la eficiencia η de los modelos propuestos, calcularla a través de los flujos de producción f_P y los relacionados con la generación de basura f_B , a través de la relación:

$$\eta = \frac{f_P - \sum f_B}{f_P} \quad (4.3)$$

De este modo, tenemos que la eficiencia promedio para cada uno de los modelos es igual a: $\eta_{EL} = 0.67$ y $\eta_{EC} = 0.91$. De esta forma, el modelo EcoCir refleja una mayor eficiencia en comparación con el modelo EcoLin, en relación con los procesos productivos, pues es capaz de proveer más bienes y servicios con una generación menor de desechos.

Resulta interesante destacar cómo la construcción de métricas de los flujos de materiales que midan la actividad lineal y de reciclaje representan un factor importante de cara a establecer definiciones inequívocas de economía lineal, economía circular, y el crecimiento económico circular (García-Barragán 2019). Por lo cual, las fórmulas anteriormente establecidas, Ecs. (4.2) y (4.3) pueden, en principio, servir de métricas para tales propósitos.

Conclusiones

Los modelos heurísticos propuestos tanto para la EL como para la EC, Ecolin y EcoCir, ofrecen una visión holística de ambos procesos y mimetizan cualitativamente las características esenciales de la dinámica de los mismos. A través de la modelación matemática se evidenció que la propuesta de la EC, como modelo económico, representa una vía necesaria para lograr un desarrollo sustentable y amigable con el medio ambiente de la sociedad, lo cual se corresponde con los objetivos planteados por Naciones Unidas de cara a lograr un desarrollo sostenible (UN *desarrollo sostenible* 2022).

En resumen, en este trabajo se encontró:

1. El modelo propuesto para la EC, el cual incorpora las 3R, por una parte, sustenta la conjetura propuesta: la EC es una red no lineal, que a través de una transición de fase, bifurcación, se autorganiza fuera del equilibrio termodinámico. Por otra parte, evidencia cómo la dinámica de la EC, exhibe una alta complejidad, robustez y adaptabilidad, lo cual le garantiza como sistema dinámico resiliente, poder realizar diferentes funciones, incluyendo los procesos de control y regulación.
2. Se mostró cómo, la fuente de los recursos naturales constituye un factor clave en la dinámica económica, lo cual se evidenció a través de su empleo como parámetro de control, el cual, para un valor crítico de este, la dinámica de la EC se autorganiza fuera del equilibrio termodinámico, sustentando la conjetura propuesta.
3. A través del formalismo termodinámico se mostró, por una parte, cómo, la EC es más robusta y eficiente en comparación con el modelo tradicional de la EL. Por otra, las relaciones establecidas, Ecs. (4.2) y (4.3) pueden servir, en principio, como métricas potenciales para medir la eficiencia y la circularidad de un proceso económico.

Esperamos que el marco teórico presentado sirva como punto de partida cualitativo para establecer conceptualmente una guía metodológica para proponer diseños de modelos experimentales macroeconómicos de la EC, establecer métodos cuantitativos para evaluar su eficiencia y circularidad, así como para el establecimiento de pautas regulatorias, económicas y medioambientales. **D**

Referencias

Acatitla Romero, Edgar y Urbina Alonso, Joaquín. 2017. El uso de redes complejas en economía: alcances y perspectivas. *INTER DISCIPLINA*, 5(12), 9-22.

- <https://doi.org/10.22201/ceiich.24485705e.2017.12.61462>.
- Andronov Aleksandrovich, A. y Chaikin Èmmanuilovich S. 1949. *Theory of oscillations*. Princeton University Press.
- Arce Bastias, F., y Arena, A. P. 2022. Análisis del flujo de materiales de una red de simbiosis industrial en Mendoza, Argentina. *AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos De UTN)*, (15). <https://doi.org/10.33414/ajea.1037.2022>.
- Busu, Cristian y Busu, Mihail. 2018. Modeling the circular economy processes at the EU level using an evaluation algorithm based on Shannon entropy. *Processes*, 6(11): 225.
- Campbell-Johnston, Kieran *et al.* 2020. The circular economy and cascading: towards a framework. *Resources, Conservation & Recycling*, X(7): 100038.
- Caraballo, María Ángeles y Usabiaga, Carlos. 2002. Macroeconomistas, keynesianos y los nuevos. un marco analítico común para los nuevos keynesianos y los nuevos macroeconomistas clásicos. *Cuadernos de Ciencias Económicas y Empresariales*, 43: 123-141.
- Castañeda, Sergio Hernández. 2014. Sobre la economía matemática: algunas reflexiones generales. *Economía Informa*, 388: 7-21.
- Cooley, Thomas F. y Lee E. Ohanian. 1997. Postwar British economic growth and the legacy of Keynes. *Journal of Political Economy*, 105(3): 439-472.
- De Hemptinne, Jean-Charles *et al.* 2022. A view on the future of applied thermodynamics. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 61(39): 14664-14680.
- Domar, Evsey D. 1952. Economic growth: an econometric approach. *The American Economic Review*, 42(2): 479-95. <http://www.jstor.org/stable/1910622>.
- Ellen McArthur Foundation. 2013. *Towards the circular economy, volume 1*. www.ellenmacarthurfoundation.org/assets/downloads/publications/Ellen-McArthur-Foundation-Towards-the-Circular-Economy-vol.1.pdf.
- Faber, Malte, Niemes, Horst y Stephan, Gunter. 1987. *Entropy, environment and resources: an essay in physico-economics*. 1a ed. Berlín/Heidelberg, Germany: Springer.
- García-Barragán, Juan F., Eyckmans, Johan y Rousseau, Sandra. 2019. Defining and measuring the circular economy: a mathematical approach. *Ecological Economics*, 157: 369-372.
- Georgescu-Roegen, Nicholas. 1971. *The entropy law and economic processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Hoffman, Laurence D., Bradley, Gerald, L. y Cárdenas, Javier L. 2006. *Cálculo aplicado para administración, economía y ciencias sociales*. McGraw-Hill Interamericana.
- Hoops, Stephan *et al.* 2006. COPASI — A complex pathway simulator. *Bioinformatics*, 22(24). <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btl485>.
- Jakimowicz, Aleksander. 2020. The role of entropy in the development of econo-

- mics. *Entropy*, 22(4): 452.
- Jayakumar, Jaivignesh, KEK, Vilmal y Hasibuan, Sawarni. 2020. Modelling of sharing networks in the circular economy. *Journal of Modelling in Management*, 15(2): 407-440.
- Jaynes, Edwin T. 1991. *How should we use entropy in economics?* Cambridge, UK: University of Cambridge.
- Jorgenson, Dale W. 1968. Linear models of economic growth. *International Economic Review*, 9(1): 1-13.
- Kaldor, Nicholas. 1940. A model of trade cycle. *Econ. J.*, 50(197): 78-92.
- Keynes, John Maynard, Donald Edward Moggridge y Elizabeth S. Johnson. 1971. *The collected writings of John Maynard Keynes*. Vol. 30. Londres: Macmillan.
- Kondepudi, Dilip y Prigogine, Ilya. 1998. *Modern thermodynamics, from heat engines to dissipative structures*. John Wiley & Sons.
- Kuznetsov, Yuri A. 2013. *Elements of applied bifurcation theory*. Springer Science & Business Media.
- Leonard, Annie y Conrad, Ariane. 2018. *La historia de las cosas: de cómo nuestra obsesión por las cosas está destruyendo el planeta, nuestras comunidades y nuestra salud. Y una visión del cambio*. México: FCE.
- López-Mesa, Belinda. 2022. De la sociedad fósil a la sociedad hipocarbónica: la ciudad inteligente como estrategia facilitadora. *Arbor*, 198(803-804): a636. <https://doi.org/10.3989/arbor.2022.803-804003>.
- McCarthy, Andrew, Rob Dellink y Ruben Bibas. 2018. The macroeconomics of the circular economy transition: a critical review of modelling approaches. *OECD Environment Working Papers*, 130. París: OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/af983f9a-en>.
- Mansilla, Ricardo. 2003. *Introducción a la econofísica*. España: Equipo Sirius.
- Mansilla, Ricardo y Nieto-Villar, José M. (coords.). 2017. *La termodinámica de los sistemas complejos*. México: UNAM.
- Martínez, Adriana N. y Porcelli, Adriana M. 2018. Estudio sobre la economía circular como una alternativa sustentable frente al ocaso de la economía tradicional (primera parte). *Lex: Revista de la Facultad de Derecho y Ciencia Política de la Universidad Alas Peruanas*, 16(22): 301-334.
- Michel-Mata, Sebastián, Gómez-Salazar, Mónica, Castaño, Víctor y Santamaría-Holek, Iván. 2022. Towards a social-ecological-entropy perspective of sustainable exploitation of natural resources. *Foundations*, 2: 999-1021. <https://doi.org/10.3390/foundations2040067>.
- Nahorski, Zbigniew y Ravn, Hans F. 2000. A review of mathematical models in economic environmental problems. *Annals of operations research*, 97: 165-201.
- Nieto-Villar, José M., Betancourt-Mar, Juvencio, Izquierdo-Kulich Elena y Tejera

- Eduardo. 2013. *Complejidad y auto-organización en patrones naturales*. La Habana: UH.
- Norouzi, Nima. 2022. Thermodynamics and economics analogies. In *Creativity models for innovation in management and engineering*. IGI Global, 66–85.
- Phanden, Rakesh Kumar *et al.* (eds.). 2021. *Advances in industrial and production engineering: select proceedings of FLAME 2020*. Springer.
- Piętak, Łukasz. 2014. Review of theories and models of economic growth. *Comparative Economic Research. Central and Eastern Europe*, 17(1): 45-60.
- Rashkovskiy, Sergey A. 2021. Economic thermodynamics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 582: 126261.
- Shannon, Claude E. 1948. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27: 623-656.
- Sharma, Piyush *et al.* 2021. Analytical and decision modeling approaches in circular economy: a review. *Advances in Industrial and Production Engineering: Select Proceedings of FLAME 2020*, 45-55.
- Simon, Carl P. y Blume, Lawrence. 1994. *Mathematics for economists*. Vol. 7. Nueva York: Norton.
- Sjöström, Magnus y Östblom, Göran. 2009. *Future waste scenarios for sweden based on a CGE-model*. Working Paper 109. National Institute of Economic Research: Stockholm, Sweden. <https://econpapers.repec.org/paper/hhsnierwp/0109.html>. (Consultado, marzo 12, 2023).
- Smolyak, Alex y Havlin, Shlomo. 2022. Three decades in econophysics — From microscopic modelling to macroscopic complexity and back. *Entropy*, 24(2): 271.
- Solow, Robert M. 1956. A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1): 65-94.
- Swan, Trevor W. 1956. Economic growth and capital accumulation. *Economic Record*, 32(2): 334-361.
- Tavera Romero, Carlos A. *et al.* 2021. Synergy between circular economy and industry 4.0: a literature review. *Sustainability*, 13(8): 4331.
- Téllez, Alberto Q. 2011. Una visión crítica del modelo económico dominante desde la perspectiva de los sistemas complejos. *Análisis Económico*, 26(63): 37-49.
- Texocotitla, Miguel Álvarez y Miguel David Álvarez Hernández. 2015. Una revisión crítica a los modelos básicos de crecimiento económico. *Denarius*, 29: 191-252.
- Ugalde Hernández, Oscar. 2021. Evolución histórica-epistemológica de la economía circular: ¿Hacia un nuevo paradigma del desarrollo? *Economía y Sociedad*, 26(59): 83-95.
- UN. 2023. 15 de junio, *Secretary-General's press conference - on Climate change*. <https://www.un.org/sg/en/content/sg/press-encounter/2023-06-15/secretary-generals-press-conference-climate>.

- UN. 2022. *Informe de los objetivos de desarrollo Sostenible, 2022*. https://unstats.un.org/sdgs/report/2022/The-Sustainable-Development-Goals-Report-2022_Spanish.pdf.
- UN. 2023. <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/sustainable-consumption-production/> https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/wp-content/uploads/sites/3/2016/10/12_Spanish_Why_it_Matters.pdf.
- Van Thanh, Vu y Nguyen Minh Tri. 2023. Theory of economic growth model. *Eur. Chem. Bull.*, 12(1): 2654-2664.
- Varma, Arvind, Morbidelli, Massimo y Wu Hua. 2005. *Parametric sensitivity in chemical systems*. Cambridge University Press.
- Vimal, K. E. K., Sonu Rajak y Jayakrishna Kandasamy. 2019. Analysis of network design for a circular production system using multi-objective mixed integer linear programming model. *Journal of Manufacturing Technology Management*, 30(3): 628-646.
- Xing, Jicheng, J. M. Vilas-Boas da Silva e Isabel Duarte de Almeida. 2017. *A new conceptual perspective on circular economy: preliminarily confirmation of the 7R principle by a descriptive case study in Eastern China*. 23 Congress of the International Sustainable Development Research Society. ISDRS, Book of Abstracts.