

DISEÑO ÓPTIMO INELÁSTICO DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO CON CONTRAVIENTOS RESTRINGIDOS CONTRA PANDEO

Herian A. Leyva Madrigal⁽¹⁾, Edén Bojórquez Mora⁽²⁾, Juan Bojórquez Mora⁽²⁾, Joel Carvajal Soto⁽³⁾, Alfredo Reyes Salazar⁽²⁾, Francisco L. Silva-González⁽⁴⁾, Robespierre Chávez⁽²⁾ y Juan Serrano⁽²⁾

RESUMEN

Investigaciones recientes han demostrado el potencial de los métodos de optimización en el diseño sísmico de edificios. Al día de hoy, estos estudios se enfocan en obtener un conjunto de estructuras óptimas en términos de costo, peso, desempeño sísmico, daño, impacto ambiental, entre otros. Por otro lado, el uso de contravientos restringidos contra pandeo (CRP) ha ganado popularidad debido a su notable aporte en la disipación de energía sísmica. Por lo anterior, en este trabajo se presenta el diseño multi-objetivo de sistemas duales compuestos por marcos de concreto reforzado con CRP. El procedimiento se basa en la técnica de optimización Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II) y dos funciones objetivo: minimizar el costo inicial y maximizar el desempeño sísmico. Para evaluar el desempeño sísmico se calcula la distorsión máxima de entrepiso promedio de la estructura mediante análisis dinámicos no-lineales bajo la acción de ocho registros sísmicos de suelo blando. Además, el índice de daño local promedio de Park y Ang se considera como función de penalización. La metodología se aplicó a dos edificios de 9 y 12 niveles considerando las columnas, traveses y CRP como variables del problema. Los resultados demuestran la eficiencia de la aplicación de NSGA-II en el diseño sísmico inelástico de sistemas duales para conseguir conjuntos de diseños económicos, ligeros y seguros de forma rápida y eficaz.

Palabras Clave: diseño multi-objetivo; optimización; costo; índice de daño

Artículo recibido el 12 de mayo de 2023 y aprobado para su publicación el 01 de marzo de 2024. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

- (1) Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Universidad Autónoma de Baja California, Carretera Transpeninsular No. 3917, Ensenada, Baja California, México, C.P. 22870. herian.leyva@uabc.edu.mx
- (2) Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Sinaloa, Calzada de las Américas y Boulevard Universitarios S/N, Ciudad Universitaria, Culiacán, Sinaloa, México, C.P. 80040. eden@uas.edu.mx; juanbm@uas.edu.mx; reyes@uas.edu.mx
- (3) Departamento de Física, Matemáticas e Ingeniería, Universidad de Sonora, Lázaro Cárdenas del Río 100, Francisco Villa, Navojoa, Sonora, México, C.P. 85880. joel.carvajal@unison.mx
- (4) Instituto Mexicano del Petróleo, Eje central Lázaro Cárdenas Norte 152, Gustavo A. Madero, Ciudad de México, México, C.P. 07730. flsilva@imp.mx

[DOI: 10.18867/ris.111.640](https://doi.org/10.18867/ris.111.640)

OPTIMAL INELASTIC DESIGN OF REINFORCED CONCRETE FRAMES WITH BUCKLING RESTRAINED BRACES

ABSTRACT

Currently, the combination of optimization techniques with the seismic design of buildings has proven to be a great alternative to obtain optimal designs in one or more desired aspects such as cost, weight, seismic and environmental performance, among others. Likewise, the use of buckling restrained braces has gained popularity due to its outstanding contribution to seismic energy dissipation. Therefore, in the present manuscript the multi-objective design of dual systems composed by braced reinforced concrete frames with BRB is presented. The procedure is based on the Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II) optimization approach and two objective functions: initial cost and seismic performance. To evaluate the seismic performance, the average response of the structure is calculated through non-linear dynamic analysis under the action of eight narrow-band seismic records. In addition, the average local Park and Ang damage index is considered a constraint function. The approach was applied for two 9- and 12-story buildings considering the columns, beams and BRB's sections as problem variables. The results demonstrate the efficiency of the application of NSGA-II technique in the non-linear seismic design of dual systems to achieve economical, lightweight and safe designs sets quickly and efficiently.

Keywords: multi-objective design; optimization; cost; damage index

INTRODUCCIÓN

México se encuentra en unas de las regiones sísmicas más activas del mundo, el Cinturón de Fuego del pacífico, donde se estima que se libera alrededor del 80% de la energía sísmica anual de la Tierra. En los últimos 40 años han ocurrido dos eventos sísmicos muy fuertes, Michoacán 1985 y Morelos-Puebla 2017 con magnitudes de 8.1 y 7.1 entre otros, que han ocasionado muertes y enormes pérdidas económicas, sobre todo en la Ciudad de México. Se estima que durante el sismo de 1985 hubo más de 10 000 muertes y aproximadamente 330 estructuras sufrieron daño grave o colapso. La mayoría de las estructuras dañadas o colapsadas corresponden a edificios entre 6 y 10 niveles de altura, cuyos periodos corresponden a ordenadas espectrales elevadas y crece hacia las zonas de mayores ordenadas al sufrir daños que provocan una reducción de la rigidez de la estructura (Meli y Miranda, 1986). El movimiento fuerte más reciente provocó la muerte de 369 personas en diversos estados del país y el colapso de 46 estructuras, incluido el puente peatonal de una universidad. La Ciudad de México se divide en 3 tipos de zonas para el diseño sísmico: Zona I, Zona II y Zona III; y a su vez la Zona III se divide en 4 sub-zonas: Zona IIIa, Zona IIIb, Zona IIIc y Zona IIId. De las 46 estructuras colapsadas, 44 corresponden a edificios de baja altura desplantados sobre la Zona IIIa y IIIb (Galvis *et al.* 2017).

Actualmente, Las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (NTC-S-2020) de la Ciudad de México se basan en el uso de un Espectro de Diseño de Seudoaceleración (EDS_a) para estimar el coeficiente sísmico de la estructura y determinar las demandas para el cálculo de esfuerzos y desplazamientos que sufrirá la estructura en combinación con dos métodos de análisis sísmicos: análisis estático y análisis dinámico modal. Sin embargo, dichos métodos al no considerar de forma directa el comportamiento no lineal, pueden provocar diseño de estructuras con bajo desempeño sísmico. Por otra parte, la Ciudad de México cuenta con un tipo de suelo único en el mundo donde se ha demostrado que puede solicitar hasta tres veces más demandas plásticas en comparación con suelos duros (Terán-Gilmore y Jirsa, 2005). Aun así, este tipo de procedimientos son los más utilizados en la práctica debido a sus

procedimientos sencillos y bajos tiempos de análisis. El análisis dinámico paso a paso es el método más completo; sin embargo, raramente es utilizado para términos de diseño de edificios, con frecuencia se considera como medida de control del desempeño de estructuras existentes (Rezazadeh y Talatahari, 2020). Su ausencia en la práctica de diseño estructural se debe a su complejidad, tiempo y requerimientos computacionales para llevarse a cabo; además, se requiere un proceso de iteración más complejo cuya función es encontrar el conjunto de secciones estructurales que cumplan con la reglamentación (Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo, 2020), así como una correcta selección de un conjunto de registros sísmicos reales o simulados para llevar a cabo dicho análisis. Para facilitar en estos procesos de iteración, desarrollos en el área de la Inteligencia Artificial han generado herramientas útiles conocidos como técnicas de optimización donde destacan: Ant Colony Optimization (ACO) (Dorigo *et al.* 1996), Big Bang-Big Crunch (BB-BC) (Erol y Eksin, 2006), Particle Swarm Optimizacion (PSO) (Kennedy y Eberhart, 1995), Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II) (Deb *et al.* 2002) entre otros. Recientemente, el diseño sísmico óptimo multi-objetivo basado en técnicas de optimización ha sido un tema de investigación con un incremento bastante notorio debido a su utilidad y capacidad para encontrar estructuras que destaquen en un conjunto de parámetros primordiales como desempeño sísmico, costo e impacto ambiental, y el método propuesto por Deb *et al.* (2002) ha sido uno de los más utilizados. Por ejemplo, Gholizadeh y Fattahi (2021) desarrollaron una metodología para el diseño de marcos resistentes a momentos de acero considerando el índice de daño global y el costo inicial como funciones objetivo, la cual fue evaluada en dos edificios de 6 y 12 niveles, al final concluyeron que la mayoría de los resultados óptimos para el marco de seis niveles se encuentran en un rango de daño reparable, mientras que aquellos correspondientes al modelo de mayor tamaño son irreparables. Bakhshinezhad y Mohebbi (2020) utilizaron el método NSGA-II para crear un procedimiento de diseño de amortiguadores viscosos semiactivos minimizando las distorsiones y aceleraciones máximas de entrepiso, reduciéndolas un 50 y 40% respectivamente. En cuanto al desempeño ambiental, Xue *et al.* (2021) emplearon la técnica NSGA-II para obtener edificios con menores costos de vida útil y emisiones de CO₂ considerando el espesor de aislamiento, tipo de ventanas, relación ventana-pared y orientación del edificio como variables del problema, concluyendo que dicha metodología reduce entre un 10.9% y 18.9% el costo; además, entre 13.5% y 22.4% las emisiones de CO₂. Como se puede observar, dicho método ha sido utilizado en una amplia gama de temas relacionados con la ingeniería civil, logrando resultados prometedores, por esta razón se aplica en el presente estudio.

Por otra parte, la comunidad internacional de ingenieros sísmicos y estructurales actualmente buscan minimizar el daño estructural ocasionado por sismos mediante el desarrollo de nuevos mecanismos que mejoren la respuesta sísmica: por ejemplo, a través de sistemas de disipación de energía como sistemas de contravientos, muros de cortante, aislamiento sísmico, entre otros (Gkournelos *et al.* 2021). Uno de los más utilizados y estudiados son los contravientos restringidos contra pandeo. Estos elementos estructurales tienen la función de absorber la mayor cantidad de las demandas sísmicas mediante su comportamiento plástico, los cuales pueden ser reemplazados cuando sufren daño severo. A través de esto, se minimiza el daño de la estructura principal (vigas y columnas) y se evitan rehabilitaciones más complejas y costosas. Debido a su eficiencia han ganado popularidad, especialmente en Estados Unidos de América y China, siendo utilizado con fines arquitectónicos para minimizar las dimensiones de los elementos estructurales y aprovechar al máximo los espacios, así como refuerzo en edificios de gran altura en las ciudades de Tianjin, Los Ángeles, San Francisco y Nagoya (Zhou *et al.* 2021). Este tipo de refuerzo puede incrementar el costo de las edificaciones, sin embargo, un estudio reciente demostró que mediante la aplicación de la técnica de optimización NSGA-II es posible obtener sistemas duales más económicos y seguros en comparación con edificios de concreto reforzado (Leyva *et al.*, 2021).

Considerando lo anterior, es posible desarrollar un método de diseño capaz de obtener edificios económicos con alto desempeño sísmico. A diferencia de estudios anteriores relacionados con el reglamento de la Ciudad de México (Leyva *et al.* 2018, 2021), se opta por utilizar análisis dinámicos inelásticos paso a paso ante ocho registros escalados en lugar del método estático, esto con la finalidad de desarrollar una

metodología con mayor precisión y que sea posible utilizarse para estructuras regulares con una altura mayor de 30 m, como se especifica en las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (NTC-S-2020). Para ello, en el presente trabajo se estudia dicha combinación en el diseño de dos sistemas duales de 9 y 12 niveles desplazados en la Ciudad de México evaluando dos funciones objetivo: costo inicial y distorsión máxima de entrepiso. Asimismo, el índice de daño de Park y Ang (1985) es considerado como penalización con la finalidad de alcanzar estructuras con niveles de seguridad altos.

PROCEDIMIENTO GENERAL DE LA TÉCNICA NSGA-II

Este método se basa en la Teoría de Evolución por selección natural, que argumenta que los individuos evolucionan a través del tiempo mediante la permanencia y cruzamiento de aquellos individuos que poseen las mejores características y probabilidades de sobrevivir, transmitiendo sus genes a su descendencia y la posibilidad de la mutación para incrementar o desarrollar un nuevo mecanismo de adaptación. Con la finalidad de presentar una mejor visualización del procedimiento de este algoritmo se agrega la Figura 1, la cual presenta un diagrama de flujo sencillo del procedimiento el cual se puede aplicar en cualquier área del conocimiento.

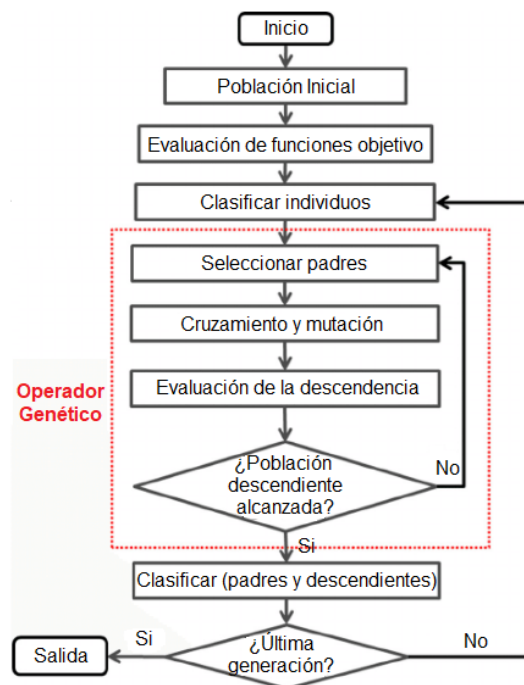


Figura 1. Diagrama de flujo de algoritmo NSGA-II (Chang *et al.* 2015)

La técnica NSGA-II se utiliza para resolver problemas multi-objetivos, la cual, al finalizar su algoritmo, obtiene un conjunto de soluciones óptimas conocidas como Frontera de Pareto. De este conjunto de soluciones se puede decir que ninguna de ellas es superior a las otras, ya que algunas son mejores en una función objetivo pero peores en las demás formando una curva cuando se consideran dos funciones objetivo como se observa en la Figura 2. Por lo tanto, el objetivo del presente estudio es obtener un conjunto de soluciones óptimas en términos de seguridad estructural (distorsiones máximas permisibles) y costo. Para conocer un poco más del procedimiento general y el proceso para efectuar los operadores genéticos se

recomienda verificar estudios previos (Deb *et al.* 2002; Barraza *et al.* 2017; Leyva *et al.* 2018; Rahimbakhsh *et al.* 2022).

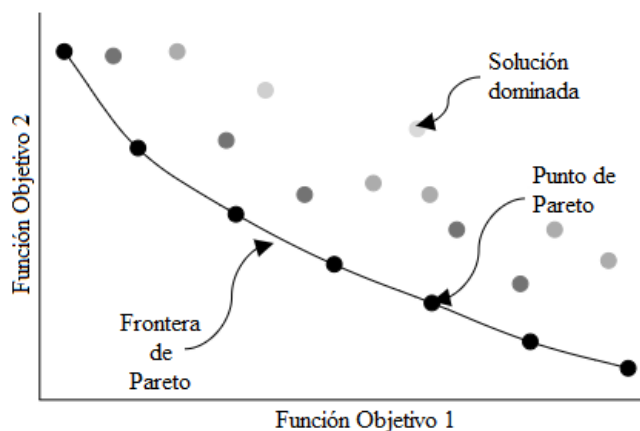


Figura 2. Ejemplificación de la Frontera de Pareto (Leyva *et al.* 2018).

Antes de iniciar todo estudio de optimización, es importante contar con los datos necesarios para crear a los individuos, evaluarlos, clasificarlos y llevar a cabo los operadores genéticos. La creación de los individuos se realiza mediante el uso de bases de datos de las variables del problema; es decir, los elementos que conforman a los individuos (en el presente estudio los individuos son marcos estructurales), archivando sus propiedades principales. De igual manera, se debe determinar la forma en la que se evaluarán las funciones objetivo, lo cual se muestra en los siguientes apartados.

DESARROLLO DE BASES DE DATOS

Con el objetivo de obtener los mejores resultados posibles, es necesario tener bases de datos extensas, de tal manera, que el algoritmo pueda evaluar un mayor número de posibles soluciones. Además, dado que las propiedades principales de los elementos de concreto reforzado cambian mucho por su resistencia a compresión (f'_c), dimensiones y armados longitudinales; así como un CRP puede variar en su área de núcleo, tamaño y espesor de la camisa, se desarrollaron bases de datos compuestas por 1,024 secciones diferentes de cada elemento estructural (columna, trabe o CRP). Para llevar a cabo el procedimiento mostrado en la Figura 1, el algoritmo debe de identificar las secciones de las bases de datos. La técnica NSGA-II utiliza la codificación binaria para este objetivo, identificando cada elemento estructural a través de un código de 10 bits. Por lo tanto, para expresar un individuo (marco), mínimamente se obtendrá un código compuesto por 30 bits, que resulta de la combinación de una columna, una trabe y un CRP. A continuación, se exponen las características principales de cada base de datos.

Trabes

Se consideraron secciones rectangulares con dimensiones de base de 20 hasta 70 cm y peraltes correspondientes de 1.5 a 2.5 veces la base con intervalos de 5 cm. Las áreas de refuerzo longitudinal corresponden desde el porcentaje de acero mínimo hasta el 50% del acero correspondiente a la falla balanceada con el fin de considerar solamente secciones dúctiles. En el caso del acero transversal, en todos los casos se estimaron varillas de 3/8" a cada 15 cm.

Columnas

La base de datos de este tipo de elementos estructurales corresponde a secciones cuadradas de 30 hasta 130 cm con variaciones de 5 cm. El armado longitudinal varía desde la cuantía de refuerzo mínimo hasta el máximo considerado para secciones dúctiles (1-4%). En el caso del refuerzo transversal, todas las secciones cuentan con estribos con varillas de 3/8" con una separación de 10 cm.

Contravientos Restringidos Contra Pandeo

En el caso del CRP, se tomaron en cuenta tres variaciones diferentes: área del núcleo de acero, tamaño y espesor de la camisa. El área del núcleo es modelada como secciones rectangulares que varían de 8 hasta 254 cm²; además, se estimó que la longitud del núcleo es igual a la mitad de la longitud total de CRP y que el área promedio de la sección rígida es tres veces el área del núcleo con el fin de utilizar el factor de 0.667 para el cálculo de la rigidez lateral (Terán-Gilmore y Ruiz-García, 2011). Por otra parte, en la Tabla 1 se presentan las características de las combinaciones del mecanismo de restricción al pandeo consideradas.

Tabla 1. Combinaciones consideradas de dimensión y esbeltez de la sección restringida contra pandeo.

Tamaño de la camisa (cm)	20.32	25.40	30.48	35.56	40.64	50.80	60.96
Esbeltez (mm)	4.8	4.8	6.4	7.9	7.9	12.7	12.7
	6.4	6.4	7.9	9.5	9.5	15.9	----
	7.9	7.9	9.5	----	12.7	----	----
	9.5	9.5	----	----	15.9	----	----

El armado de las secciones de concreto (trabes y columnas), fue modelado mediante el uso de varilla corrugada de 3/8" hasta 1 1/4" para el armado longitudinal, variando la cantidad y considerando solamente un diámetro en cada sección generada. Las bases de datos incluyen los parámetros más importantes, como momento de fluencia, desplazamiento de fluencia, el factor β , costo por metro lineal, entre otros. Para obtener estos datos se consideraron las propiedades ilustradas en la Tabla 2. Es importante mencionar que solo se consideró el costo de los materiales de construcción, y que el costo de los estribos en las secciones de concreto y el acero de la camisa de refuerzo no se tomaron en cuenta.

Tabla 2. Propiedades de los materiales de construcción considerados.

Material	Unidad	Precio (MXN)
Varilla corrugada $F_y = 4,200$ kg/cm ²	Ton	\$33,000
Acero estructural A36	Ton	\$35,000
Concreto $f'_c = 250$ kg/cm ²	m ³	\$1,900

EVALUACIÓN DE FUNCIONES OBJETIVO

Una vez obtenidas las variables que conforman a los individuos, es necesario evaluarlos y clasificarlos. La evaluación consiste en determinar la capacidad de solución de cada individuo, para lo cual, se calcula su comportamiento no-lineal ante ocho registros sísmicos escalados a intensidades similares a las supuestas para el diseño como especifican las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Sismo del

2020 (NTC-S-2020) para zonas con periodo del suelo menor a 2 segundos. A continuación, se presenta la metodología utilizada para la selección y escalado de los registros sísmicos, así como los parámetros utilizados para llevar a cabo el análisis inelástico.

Selección de Registros

La adecuada selección y escalamiento de registros sísmicos para su aplicación en el diseño no lineal de estructuras es un tema de investigación bastante amplio. Actualmente, para dicha selección existen dos tipos principales: basados en coincidencia espectral y basados en medidas de intensidad sísmica (Katsanos *et al.* 2010). Bojórquez *et al.* (2013) utilizaron los algoritmos genéticos para la selección de registros en función de la coincidencia espectral en un intervalo de periodos y el parámetro adimensional N_p . Dicho procedimiento es sencillo y obtiene excelentes resultados en cuestión de minutos, por lo cual es utilizado en este estudio. El espectro de diseño utilizado en este estudio se obtuvo del programa SASID con las coordenadas latitud 19.4417 y longitud -99.1394, cuya zona tiene un periodo del suelo igual a 1.8 segundos. Además, se consideró un conjunto de 30 registros sísmicos representativos de suelo blando de la ciudad de México como base de datos para el procedimiento de selección y escalamiento. En la Figura 3 se grafican los espectros de pseudoaceleración (S_a) de los 8 registros escalados obtenidos para llevar a cabo la metodología de diseño para el modelo de 9 niveles (CR-CRP9), cuyas características se mencionan más adelante.

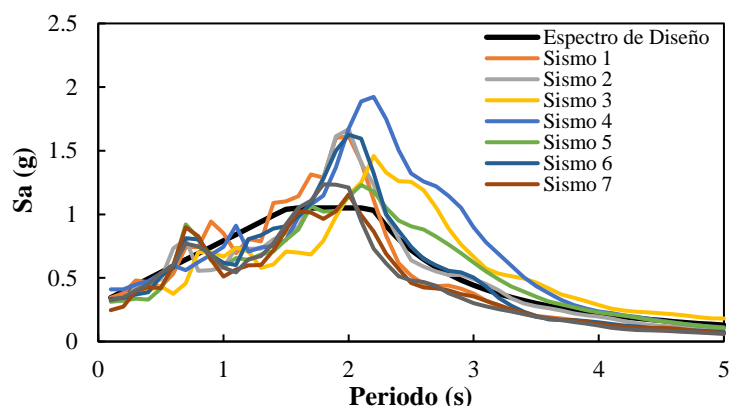


Figura 3. Espectros de S_a obtenidos a partir de los registros escalados y el espectro de diseño utilizado en el diseño del modelo CR-CRP9.

Parámetros Análisis Inelástico

El análisis no-lineal de las estructuras se realiza en el programa RUAUMOKO3D bajo los criterios establecidos en las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Sismo del 2020 (NTC-S-2020) y otras consideraciones:

1. En el análisis sísmico se consideraron las dos componentes horizontales ortogonales de los sismos (N-S y E-O) escalados mediante el procedimiento propuesto por Bojórquez *et al.* (2013), el cual se basa en la combinación de los algoritmos genéticos y el parámetro adimensional N_p , cuyo objetivo es la igualdad espectral entre el espectro de diseño y el espectro promedio de un conjunto de registros sísmicos. El espectro de diseño utilizado se muestra en la Figura 3.
2. Se desarrollaron la curvas momento-curvatura de las secciones de concreto utilizadas en las bases de datos de columnas y traveses, de donde se obtiene el momento de fluencia (M_y), momento último (M_u), desplazamiento (δ_m) y ductilidad máxima (μ_m) correspondiente al 8% del momento máximo alcanzado.

3. Para el cálculo de las rigideces de secciones de concreto, se toma en cuenta el efecto de agrietamiento multiplicando el momento de inercia por un factor de 0.5 en vigas y 0.7 en columnas (NTC-S-2020).
4. El comportamiento histórico de las secciones de concreto reforzado fue modelado mediante el método de Takeda *et al.* (1970) empleando valores de rigidez de descarga (α) y rigidez de recarga (β) iguales a 0.4 y 0.6 respectivamente.
5. Los contravientos restringidos contra pandeo se modelaron como elementos tipo resorte con comportamiento bi-lineal y porcentaje de rigidez posfluencia igual a 0.02. La resistencia máxima se calculó a través de las siguientes ecuaciones:

$$\text{en tensión: } F_R \omega R_y F_y A_n \quad (1)$$

$$\text{en compresión: } F_R \beta \omega R_y F_y A_n \quad (2)$$

Donde ω y β son factores de ajuste de resistencia en tensión y compresión, F_R es el factor de reducción de resistencia (0.9).

6. Los factores ω y β se consideraron iguales a 1.3 y 1.1 respectivamente.
7. Mediante la literatura evaluada (Black *et al.* 2022; Katoh *et al.* 2002; Merrit *et al.* 2003), se determinó que los contravientos restringidos contra pandeo desarrollan una ductilidad máxima de 30.
8. El amortiguamiento se modelo con una matriz de Rayleigh y un porcentaje de amortiguamiento critico de 2% para el primer modo de vibrar (NTC-S-2020).
9. El comportamiento no-lineal se concentró en rotulas plásticas ubicadas en 0.5 veces el peralte de las secciones.
10. Para cada excitación sísmica se calcularon las deformaciones inelásticas y distorsiones de entrepiso máximas.

A través de lo anterior se definen las demandas, propiedades de resistencia, dinámicas necesarias para realizar los análisis sísmicos de los individuos. Para evaluarlos y clasificarlos se proponen dos funciones objetivo mostradas a continuación.

Funciones Objetivo

Una vez calculado el comportamiento sísmico de los individuos, se procede a evaluarlos para determinar su nivel de satisfacción al problema. Para ello, se calculan las demandas promedio y se utilizan dos funciones objetivo: una relacionada con la distorsión máxima de entrepiso (Ec. 3); y otra con el costo de los materiales del individuo (Ec. 4). Estas dos funciones deben de ser penalizadas en caso de no cumplir con los requisitos de diseño o constructivos deseados.

$$F_1 = \gamma_N P_{con} P_\gamma P_d^{\frac{1}{5}} P_{T_N} \quad (3)$$

$$F_2 = C^{\frac{1}{3}} P_{con} P_\gamma P_d^{\frac{1}{5}} P_{T_N} \quad (4)$$

Donde γ_N es la distorsión máxima de entrepiso normalizada, C es el costo total del material del individuo, y los parámetros P corresponden a funciones de penalización, las cuáles comienzan con un valor igual a 1 y su valor aumenta dependiendo de la cantidad de veces que se penalice cada individuo como se muestra en las Ecuaciones 5 a 10.

P_{con} corresponde a la penalización por conexiones trabe-columna inadecuadas o también si las secciones de niveles superiores son más robustas que las de niveles inferiores. Para esto, se comparan las dimensiones en todas las conexiones y se comparan todas las secciones de niveles consecutivos. En caso de ser penalizada, se utiliza la Ecuación 5, donde d_M es la dimensión mayor y d_m la menor. En caso de no existir penalizaciones en este individuo, n es igual a 0.

$$P_{con} = 1 + \sum_{i=1}^n d_M - d_m \quad (5)$$

P_γ se utiliza cuando la distorsión máxima de entrepiso (γ_M) es mayor a la permisible por el reglamento, en este estudio dicho límite se considera igual a 0.02. Para este caso, γ_M se obtiene calculando el promedio de las distorsiones de cada entrepiso ocasionadas por cada sismo. De igual manera, si ningún entrepiso sobrepasa el límite, n es igual a 0 y P_γ es igual a 1.

$$P_\gamma = 1 + \sum_{i=1}^n 100(\gamma_M - 0.02) \quad (6)$$

P_d es la penalización por índice de daño local. Para este caso, se analiza que cada elemento estructural no sobrepase el índice de daño límite (I_{dLLM}), para el caso de secciones de concreto se propone aquel relacionado con daño menor propuesto por Park y Ang (ID_{PA}) como se muestra en la Tabla 3, mientras que en el caso de CRP se utiliza 0.9 como límite debido a que estos pueden ser remplazados. Para llevar a cabo este procedimiento se utilizan dos expresiones, primero se suma la diferencia entre el daño local (I_d) y límite de todos los elementos estructurales que no cumplen con este criterio para obtener el daño total (D_T) mediante la Ecuación 7. Como este valor puede ser muy grande, se creó la Ecuación 8, que relaciona el número de secciones totales que conforman la estructura (s_T) y el número de secciones que sufren daño superior al establecido como límite (s_{I_d}).

Tabla 3. Intervalos de estado de daño entre valores de ID_{PA}

ID_{PA}	Estado de daño
0-0.1	Sin daño
0.1-0.25	Daño menor, bajo agrietamiento
0.25-0.4	Daño moderado, agrietamiento severo
0.4-1.0	Daño severo, aplastamiento del hormigón, armaduras expuestas
1.0 y más	Colapso

$$D_T = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{I_d}{I_{dLLM}} - 1 \quad (7)$$

$$P_d = \frac{\sqrt{D_T}}{s_T - s_{I_d}} \quad (8)$$

P_{TN} se agregó para penalizar a los individuos cuyo periodo de vibración es muy bajo. Basados en las pruebas realizadas para la propuesta de esta metodología, se observó que los primeros diseños satisfactorios corresponden a secciones muy robustas, con periodos muy pequeños y costos muy elevados. Esto provocaba

que, en generaciones avanzadas, los cromosomas de los individuos se mantenían en elementos robustos. Debido a esto se introdujo esta penalización, para comenzar se determinaba un periodo base (T_{nb}) mediante la expresión propuesta en ASCE 7-16 (Ec. 9), la cual establece que el periodo depende de dos factores (C_T y x) que están en función del tipo de sistema estructural y la altura del edificio (h_n) que debe de ser expresada en pies. En nuestro caso C_T y x tienen valor de 0.03 y 0.75 respectivamente.

$$T_{nb} = C_T h_n^x \quad (9)$$

Para evitar la reproducción de marcos robustos, la penalización por este concepto se realiza con la siguiente expresión:

$$P_{T_N} = 20 \quad \text{si} \quad T_N \leq 0.85T_{nb} \quad (10)$$

METODOLOGÍA

En la sección anterior se muestra de forma detallada los datos utilizados para la creación de las bases de datos y la evaluación de los individuos. Para combinar todo esto con el algoritmo NSGA-II, se desarrolló un programa de cómputo en el lenguaje de programación Visual Basic, cuyo procedimiento se basa en el diagrama de flujo de la Figura 1:

1. *Población inicial:* Para comenzar, se genera una población de forma aleatoria que represente de forma adecuada el espacio considerado. Este proceso consiste en generar de forma aleatoria cada bit del código binario de cada elemento estructural (gen) que conforma el individuo (marco estructural). El conjunto de genes representa el cromosoma del individuo, cuyo tamaño está en función del número de secciones que conformen la estructura. Como dicha población es generada de forma aleatoria, las primeras estructuras no cumplirán con requisitos básicos, por ejemplo, el tamaño de las secciones en niveles inferiores puede ser menor al tamaño de las secciones de niveles superiores.
2. *Parámetros de diseño:* Enseguida, se calculan las cargas que debe de soportar la estructura (cargas vivas y muertas) y se factorizan según la combinación de diseño utilizada. El análisis sísmico utilizado es el análisis dinámico inelástico paso a paso, por lo que se utilizará un conjunto de ocho registros sísmicos escalados como se muestra en la sección anterior.
3. *Funciones Objetivo:* Este corresponde al punto más importante, consiste en evaluar las demandas de resistencia, desplazamiento y daño para determinar si el individuo es seguro y cumple con el reglamento. Para ello se utilizan las Ecuaciones 3 a 10.
4. *Selección:* Esta operación consiste en ordenar a los individuos (marcos) separándolos en Fronteras en función de los valores de sus funciones objetivo. Se seleccionan los mejores individuos (aquellos con valores menores en sus funciones objetivos), los cuales sobreviven, pasan a la siguiente generación y se cruzan entre sí para crear descendencia.
5. *Cruzamiento:* Consiste en combinar los genes (código binario) de los mejores individuos y obtener sus descendientes, para ello se seleccionan los padres mediante el torneo binario. En este caso se considera solamente el cruzamiento en un punto.

6. *Mutación:* Esta operación se utiliza para garantizar la diversidad de los individuos en cada generación. Consiste en modificar un bit específico del código binario del individuo, para ello se propone utilizar una probabilidad del 5% del total de individuos.
7. *Nueva Generación:* Después de todo el proceso anterior, se obtiene una nueva generación formada por padres e hijos. El procedimiento se regresa al paso 2 para evaluar a los hijos y este proceso se repite hasta alcanzar el número de generaciones deseadas.

Modelos Estructurales

Para validar la metodología propuesta, se utilizan dos sistemas duales compuestos por marcos de concreto reforzado con contravientos restringidos contra pandeo de 9 (CR-CRP9) y 12 (CR-CRP12) niveles. Las dos estructuras poseen las mismas dimensiones de planta de 21 x 21 metros, compuestas por tres crujiás de 7 metros de largo en ambas direcciones. De igual manera, poseen la misma altura de entrepiso de 3.5 metros. Para evitar esfuerzos de torsión, los CRP se colocan únicamente en la crujiá intermedia de los marcos perimetrales. Para una mejor visión de los modelos utilizados, la Figura 4 muestra el modelo CR-CRP9.

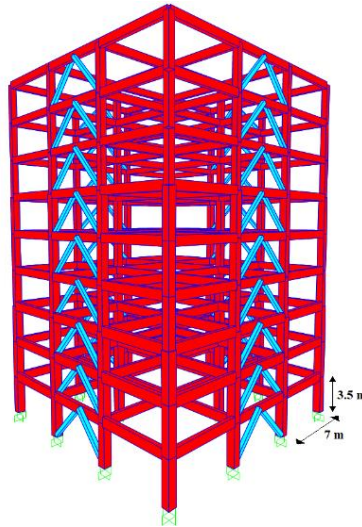


Figura 4. Propiedades geométricas del modelo CR-CRP9.

Un factor muy importante a considerar en estudios de técnicas de optimización es el número de variables del problema. En este caso, el número de variables corresponde a la cantidad de secciones estructurales diferentes que conforman el sistema. En la práctica común, muchos ingenieros utilizan las mismas secciones en un número consecutivo de niveles. Por lo tanto, en este trabajo se considera que las secciones de columnas, vigas y CRP cambian cada tres niveles, dichos datos se exponen en la Tabla 4. Mediante esta consideración, el modelo CR-CRP9 consta de nueve variables compuesta por tres secciones de trabes, tres columnas y tres contravientos restringidos contra pandeo, mientras que el modelo más alto cuenta con 12 variables.

Tabla 4. Niveles que abarca cada tipo de sección.

Secciones	Modelo	
	CR-CRP9	CR-CRP12
Tipo 1	1-3	1-3
Tipo 2	4-6	4-6
Tipo 3	7-9	7-9
Tipo 4	---	10-12

RESULTADOS NUMÉRICOS

Modelo CR-CRP9

Este modelo corresponde a un edificio con 31.5 metros de altura, y cuenta con tres tipos de secciones para cada elemento estructural (trabes, columnas y CRP) como se muestra en la Tabla 4; es decir, está compuesta por 9 variables. Para llevar a cabo la metodología propuesta basada en la técnica de optimización NSGA-II, se estableció utilizar un total de 150 generaciones compuestas por 200 individuos. El comportamiento del algoritmo depende principalmente de F_1 , debido a que su función es encontrar las estructuras más ligeras que cumplan con los criterios de diseño por desplazamiento y daño. Mediante el proceso de cruzamiento y mutación se espera que, con el paso de las generaciones, ambas funciones objetivo vayan disminuyendo hasta encontrar las soluciones óptimas. Las Figuras 5 y 6 muestran la evolución de F_1 y F_2 se observa que al inicio existen valores muy elevados, ya que la mayoría de los individuos se encuentran penalizados. De igual manera, con el paso de las generaciones se espera que el promedio de las distorsiones máximas de entrepiso (γ_{PROM}) vaya aumentando, aproximándose al límite permisible (0.02). La Figura 7 grafica el comportamiento de una corrida del algoritmo para el modelo CR-CRP9, donde se aprecia que se cumple lo mencionado anteriormente. Al inicio del algoritmo γ_{PROM} obtiene un valor de 0 ya que todos los individuos creados están penalizados mediante la función P_{con} , y siendo individuos no viables constructivamente, se omite el análisis estructural. En las primeras 50 generaciones el algoritmo encuentra la combinación de secciones transversales con mayor probabilidad de cumplir con los criterios de resistencia, las cuales corresponden a secciones robustas y con grandes cantidades de acero, conformando estructuras sobradas en términos de costo, resistencia y desplazamientos. Con el paso de las generaciones, el algoritmo va descubriendo secciones cada vez más ligeras y con menor cantidad de acero de refuerzo, lo que resulta en estructuras más livianas y con desplazamientos mayores. Sin embargo, dichas estructuras mantienen su seguridad y economía.

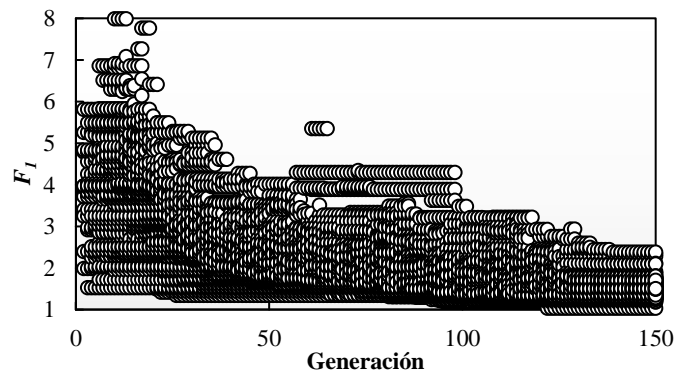


Figura 5. Evolución de F_1 en la 1^{era} corrida del modelo CR-CRP9.

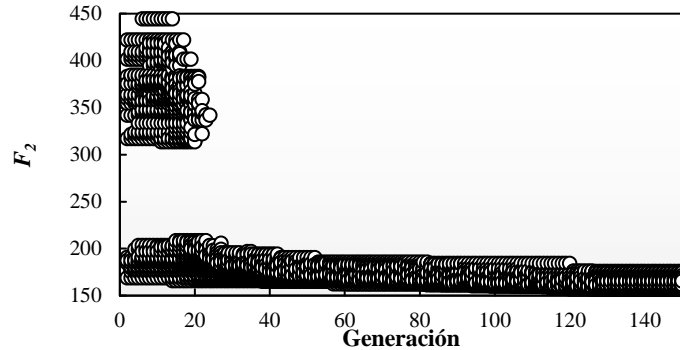


Figura 6. Evolución de F_2 en la 1ª corrida del modelo CR-CRP9.

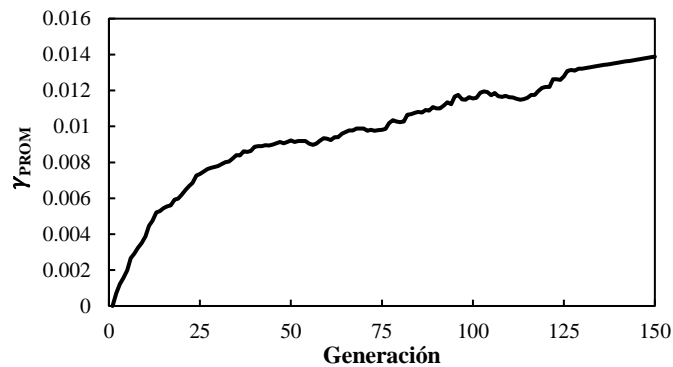


Figura 7. Evolución de γ_{PROM} de la 1ª corrida del modelo CR-CRP9.

El algoritmo se ejecutó hasta que ya no se obtuvieron resultados óptimos, en este caso se necesitaron 5 corridas y se obtuvo una Frontera de Pareto conformada por un total de 12 individuos enlistados en la Tabla 5. Los individuos 1 y 12 corresponden a las soluciones con mejores valores de F_1 y F_2 respectivamente; es decir, la estructura con la distorsión máxima de entrepiso más cercana al límite permisible (0.02) y la estructura más económica. Las otras soluciones corresponden a diseños que se encuentran entre los dos mencionados. Dichos resultados también se aprecian gráficamente en la Figura 8, donde se observa que a medida que aumenta la función de distorsión, disminuye el costo. En la práctica comúnmente se busca encontrar la solución con menor costo, en este caso con el diseño más económico corresponde a marco con un costo por metro cuadrado de aproximadamente \$ 980.00, considerando solamente el costo de concreto y acero de refuerzo longitudinal de las secciones de concreto reforzado, así como del costo del núcleo de acero y concreto de relleno de los contravientos restringidos contra pandeo. Los elementos estructurales que conforman este individuo se muestran en la Tabla 6, donde se observan secciones de concreto reforzado con cuantía de refuerzo (p_i) menores a 2.5% en el caso de columnas y de 0.75% en traveses. Por otra parte, también se observa que el costo por metro lineal de los elementos disminuye en función del nivel en el que se ubica.

Tabla 5. Frontera de Pareto del modelo CR-CRP9.

Individuo	F_1	F_2	Distorsión	Costo	Costo/m ²
1	2.3323	157.24	0.00857	\$ 3,887,469.11	\$ 979.46
2	1.7001	157.35	0.01176	\$ 3,896,078.78	\$ 981.63
3	1.6072	158.54	0.01244	\$ 3,984,742.98	\$ 1,003.97
4	1.5344	159.33	0.01303	\$ 4,044,394.64	\$ 1,019.00
5	1.4858	159.69	0.01346	\$ 4,072,180.07	\$ 1,026.00
6	1.4417	163.08	0.01387	\$ 4,336,993.48	\$ 1,092.72
7	1.3773	163.54	0.01452	\$ 4,374,329.41	\$ 1,102.12
8	1.3728	164.21	0.01456	\$ 4,427,958.40	\$ 1,115.64
9	1.2885	164.89	0.01552	\$ 4,483,023.55	\$ 1,129.51
10	1.2858	166.28	0.01555	\$ 4,597,893.81	\$ 1,158.45
11	1.2346	166.48	0.01619	\$ 4,613,843.92	\$ 1,162.47
12	1.0325	168.03	0.01936	\$ 4,744,219.61	\$ 1,195.32

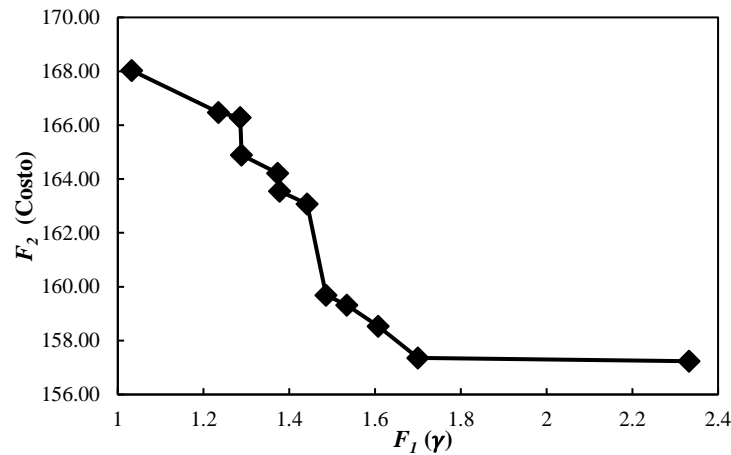


Figura 8. Frontera de Pareto obtenida para el modelo CR-CRP9.

Tabla 6. Detalles de las secciones del resultado más económico para el modelo CR-CRP9.

Sección	Dimensión (cm)	Acero de Refuerzo	Área refuerzo (cm ²)	p_t	Costo (\$/m)
Col-1	55 x 55	24 vars. #6	68.41	0.02463	\$ 2,341.58
Col-2	55 x 55	26 vars. #4	32.94	0.01186	\$ 1,429.57
Col-3	50 x 50	12 vars. #6	34.2	0.01503	\$ 1,358.42
Trabe-1	40 x 70	5 vars. #7	19.4	0.00740	\$ 1,536.85
Trabe-2	40 x 60	5 vars. #5	9.9	0.00446	\$ 968.82
Trabe-3	25 x 60	2 vars. #8	10.14	0.00741	\$ 810.10
CRP-1	30.48 0.64	----	74	----	\$ 4,248.58
CRP-2	30.48 0.64	----	66	----	\$ 3,808.35
CRP-3	30.48 0.64	----	58	----	\$ 3,368.13

Modelo RC-CRP12

En este caso, el modelo posee una altura total de 42 metros y 3 variables más que el modelo anterior. Por tal motivo, se decidió utilizar un total de 300 individuos y 200 generaciones en el procedimiento de optimización. El comportamiento de las funciones objetivo fue similar al modelo anterior, lo cual se puede observar en las Figuras 9 y 10. En la Figura 11 se grafica la distorsión de entrepiso promedio de los individuos por cada generación de la primer corrida realizada para este modelo, donde se aprecia que a partir de la generación 155, el algoritmo comienza a encontrar soluciones más ligeras de forma abrupta, aumentando el promedio más del doble, además demostrando que el uso de 150 generaciones no es suficiente para este modelo.

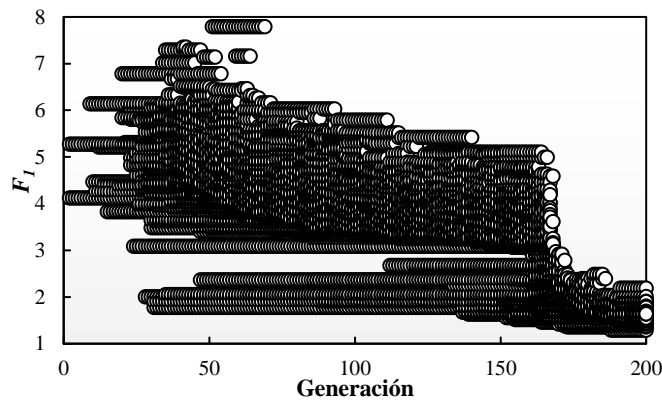


Figura 9. Evolución de F_1 en la 1^{era} corrida del modelo CR-CRP12.

Al ser una estructura con mayor tamaño y combinación posible de variables, se esperaba un mayor número de ejecuciones del algoritmo y una Frontera de Pareto con mayor número de soluciones. El algoritmo fue necesario ejecutarse un total de 7 veces, pero la Frontera de Pareto resultó de 7 individuos como se observa en la Figura 12. Al realizar nuevas ejecuciones del programa, algunas soluciones eran dominadas por nuevos individuos, reduciendo su tamaño.

Es importante mencionar que, a diferencia del modelo anterior, las distorsiones máximas de entrepiso de las soluciones óptimas se encuentran alejadas del límite (0.02), el más cercano posee una distorsión de 0.0155 (Tabla 7). Por otra parte, debido al mayor tamaño se espera que los elementos estructurales sean más robustos, lo que provoca un aumento en el costo por metro cuadrado en comparación con el modelo anterior. La solución más económica resulta con un precio de \$ 5,793,494.44 pesos mexicanos, es decir, \$ 1,094.76/m², resultando una solución económica considerando las propiedades geométricas y ubicación de la estructura.

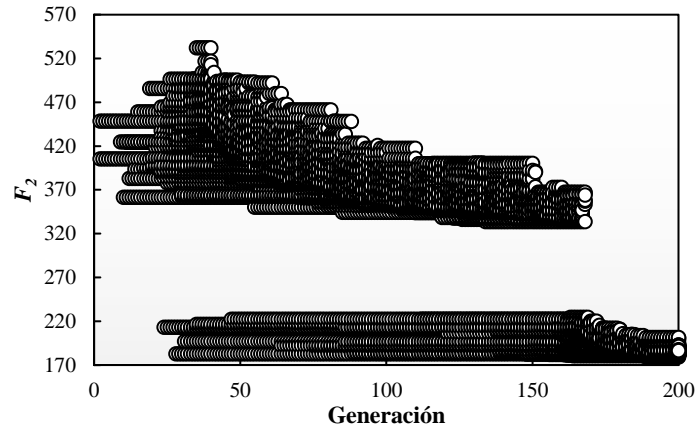


Figura 10. Evolución de F_2 en la 1^{era} corrida del modelo CR-CRP12.

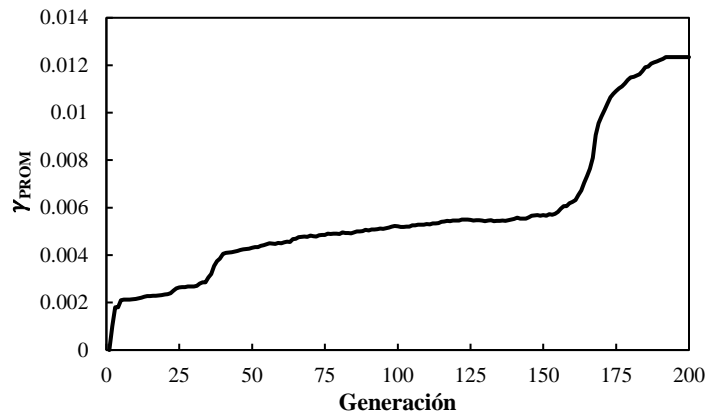


Figura 11. Evolución de γ_{PROM} de la 1^{era} corrida del modelo CR-CRP12.

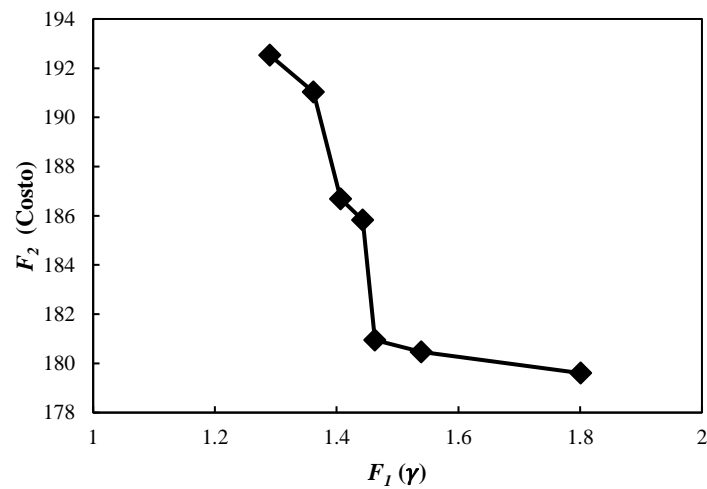


Figura 12. Frontera de Pareto obtenida para el modelo CR-CRP12.

Tabla 7. Frontera de Pareto del modelo CR-CRP12.

Individuo	F ₁	F ₂	Distorsión	Costo	Costo/m ²
1	1.8009	179.60	0.011105	\$ 5,793,491.44	\$ 1,094.76
2	1.5389	180.47	0.012996	\$ 5,878,092.45	\$ 1,110.75
3	1.4630	180.95	0.013670	\$ 5,925,041.95	\$ 1,119.62
4	1.4427	185.82	0.013862	\$ 6,416,618.46	\$ 1,212.51
5	1.4064	186.68	0.014220	\$ 6,505,802.04	\$ 1,229.37
6	1.3621	191.03	0.014682	\$ 6,971,391.79	\$ 1,317.35
7	1.2902	192.52	0.015501	\$ 7,136,354.03	\$ 1,348.52

La Tabla 8 presenta las secciones que conforman la estructura más económica obtenida mediante el procedimiento propuesto. En este caso se observa que la columna ubicada entre los niveles 7 y 9 tiene un costo mayor a la columna de los niveles inferiores (4 a 6), debido a su armado longitudinal, pero en general las secciones son adecuadas. Las secciones de traveses son más económicas a medida que se ubican en niveles superiores, aunque las cuantías de refuerzo aumentan en comparación con el modelo anterior, esto se debe a que las dimensiones de las vigas no se modificaron, pero necesitan un mayor refuerzo para soportar las demandas de resistencia y daño.

Tabla 8. Detalles de las secciones del resultado más económico para el modelo CR-CRP12.

Sección	Dimensión (cm)	Acero de Refuerzo	Área refuerzo (cm ²)	p_t	Costo (\$/m)
Col-1	75 x 75	24 vars. #6	68.41	0.01294	\$ 2,835.58
Col-2	65 x 65	36 vars. #4	108.00	0.02746	\$ 1,986.35
Col-3	60 x 60	30 vars. #5	120.00	0.03604	\$ 2,222.46
Col-4	55 x 55	26 vars. #4	78.00	0.02808	\$ 1,429.57
Trabe-1	40 x 70	6 vars. #6	30.00	0.01145	\$ 1,415.42
Trabe-2	35 x 70	3 vars. #8	21.00	0.00927	\$ 1,253.14
Trabe-3	35 x 65	3 vars. #8	21.00	0.01005	\$ 1,219.89
Trabe-4	25 x 60	2 vars. #8	10.14	0.00741	\$ 810.10
CRP-1	30.48 0.64	-----	96	-----	\$ 3,852.63
CRP-2	30.48 0.64	-----	80	-----	\$ 3,231.29
CRP-3	30.48 0.64	-----	66	-----	\$ 2,687.61
CRP-4	30.48 0.65	-----	52	-----	\$ 2,143.94

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se utiliza el método de optimización NSGA-II para el diseño de dos sistemas duales de 9 y 12 niveles formados por marcos de concreto con contravientos restringidos contra pandeo, utilizando análisis dinámicos inelásticos paso a paso ante ocho registros sísmicos escalados. Para la modelación de las estructuras se utilizaron las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (NTC-S-2020) de la Ciudad de México. El objetivo principal es encontrar un conjunto de soluciones con excelente relación costo-desempeño sísmico, donde solamente se considera el costo del material en la etapa de construcción inicial con los precios mostrados en la Tabla 2. Para el desempeño sísmico se utiliza una función objetivo relacionada con la distorsión máxima de entrepiso que establece que mientras más cercana sea la distorsión al límite permisible, mejor es la solución. Esto debido a que en estudios anteriores (Gholizadeh y Fattahi, 2021) se observó que minimizar la distorsión produce la obtención de estructuras robustas y costosas dentro de las soluciones óptimas. Asimismo, el índice de daño de Park y Ang se analiza de forma local para obtener diseños con mayor nivel de seguridad.

El comportamiento del algoritmo fue adecuado, al inicio todos los individuos corresponden a marcos penalizados por no ser constructivamente viables. A partir de la quinta generación comienzan a aparecer las primeras estructuras que cumplen con los criterios de conexiones y/o dimensiones de las secciones; sin embargo, no cumplen con el índice de daño. Desde la generación veinte surgen las primeras soluciones al problema, las cuales corresponden a estructuras con secciones robustas principalmente de CRP. Mediante la función objetivo de distorsión máxima de entrepiso (F_I) y la penalización de periodo de vibración (P_{TN}) fue posible encontrar las soluciones más ligeras. El algoritmo inicialmente encuentra las columnas más económicas y ligeras, seguido por las trabes y por último los CRP.

Los resultados manifiestan la ventaja de este tipo de metodologías al obtener no una, sino varias soluciones mejores o similares a las que puede obtener un ingeniero; además, de obtenerlas en un menor tiempo y tomando en cuenta el índice de daño local de cada sección, algo que no se considera en el diseño convencional, así como a través de análisis dinámicos no lineales.

La Frontera de Pareto del modelo de 9 niveles corresponde con estructuras con costos de \$ 980/m² a \$ 1,195/m², mientras que la estructura más grande varía \$ 1,094/m² y \$ 1.348/m², valores muy aceptables considerando un precio de \$10,500/m² a \$12,500/m² de construcción final. Por otra parte, todas las estructuras poseen niveles de seguridad altos al tener daños menores ($ID_{PA} < 0.25$) y cumplir con la distorsión máxima de entrepiso, las cuales varían de 0.008 a 0.019 en el modelo CR-CRP9 y de 0.011 a 0.016 para el más alto. También es primordial mencionar que, en muchas investigaciones, para el diseño de sistemas duales con CRP se utiliza una distorsión máxima de entrepiso permisible de 0.01, esto para evitar que la estructura principal incurriere en el rango inelástico; sin embargo, las NTC-S-2020 permiten el uso del valor de 0.02, el cual, para edificios con altura mayor a 30 metros, provoca que las vigas sufran daño moderado o severo. Debido a esto, se recomienda diseñar con distorsiones límites menores a 0.02, o considerar que toda la estructura se deforma inelásticamente.

REFERENCIAS

Bakhshinezhad, D y M Mohebib (2020), “Multi-objective optimal design of semi-active fluid viscous dampers for nonlinear structures using NSGA-II”, *Structures*, Vol. 24, pp. 678-679. DOI: [10.1016/j.istruc.2020.02.004](https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.02.004)

Black, C, N Makris y I Aiken (2002), “Component testing, stability analysis and characterization of buckling-restrained unbounded braces”. Technical Report PEER 2002/08, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, pp. 880-894.

Barraza, M, E Bojórquez, E Fernández y A Reyes-Salazar (2017), “Multi-objective optimization of structural steel buildings under earthquake loads using NSGA-II and PSO”, *KSCCE Journal of Civil Engineering*, Vol. 21, No. 2, pp. 488-500 DOI: [10.1007/s12205-017-1488-7](https://doi.org/10.1007/s12205-017-1488-7)

Bojórquez, E, A Reyes-Salazar, S Ruiz y J Bojórquez (2013), “A new spectral shape-based record selection approach using N_p and genetic algorithms”, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2013. DOI: [10.1155/2013/679026](https://doi.org/10.1155/2013/679026)

Chang, Y, Z Bouzarkouna y D Devegowda (2015), “Multi-objective optimization for rapid and robust optimal oilfield development under geological uncertainty”, Vol. 19, No. 4, pp. 933-950. DOI: [10.1007/s10596-015-9507-6](https://doi.org/10.1007/s10596-015-9507-6)

Deb, K, A Pratap, S Agarwal Y T Meyarivan (2002), “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II”, *IEEE Transactions on evolutionary computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197. [DOI: 10.1109/4235.996017](https://doi.org/10.1109/4235.996017)

Dorigo, M, V Maniezzo y A Colorni (1996), “Ant system: optimization by a colony of cooperating agents”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, Vol. 26, No. 1, pp. 29-41. [DOI: 10.1109/3477.484436](https://doi.org/10.1109/3477.484436)

Erol, O, y I Eksin (2006), “A new optimization method: Big Bang-Big Crunch”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 37, pp. 106-111. [DOI: 10.1016/j.advengsoft.2005.04.005](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2005.04.005)

Galvis, G, E Miranda, P Heresi, H Davalos y J Silos (2017), “Preliminary statistics of collapsed buildings in Mexico City in the September 19, 2017 Puebla-Morelos earthquake”, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, Technical Report.

Gholizadeh, S y F Fattahi (2021), “Multi-objective design optimization of steel moment frames considering seismic collapse safety”, *Engineering with Computers*, Vol. 37, pp. 1315-1328. [DOI: 10.1007/s00366-019-00886-y](https://doi.org/10.1007/s00366-019-00886-y)

Gkournelos, P, T Triantafyllou y D Bournas (2021), “Seismic upgrading of existing reinforced concrete buildings: A state-of-the-art review”, *Engineering Structures*, Vol. 240. [DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112273](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112273)

Kato, T, M Iwata y A Wada. (2002), “Performance evaluation of buckling-restrained braces in damage-controlled structures”, *Journal of Structural and Construction Engineering*, Vol. 67, pp. 101-108. [DOI: 10.1201/9780203738290-6](https://doi.org/10.1201/9780203738290-6)

Katsanos, E, A Sextos y G Manolis (2010), “Selection of earthquake ground motion records: A state-of-the-art review from a structural engineering perspective”, *Soil Dyn. and Earth. Eng.* Vol. 30, pp. 157-169. [DOI: 10.1016/j.soildyn.2009.10.005](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2009.10.005)

Kennedy, J y R Eberhart (1995), “Particle Swarm Optimization”, *Proceedings of ICNN'95 International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, PP. 1942-1948. [DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968](https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968)

Leyva, H, E Bojórquez, J Bojórquez, A Reyes-Salazar, J Castorena, E Fernández y M Barraza (2018), “Earthquake design of reinforced concrete buildings using NSGA-II”, *Advances in Civil Engineering*, Vol. 2018. [DOI: 10.1155/2018/5906279](https://doi.org/10.1155/2018/5906279)

Leyva, H, J Bojórquez, E Bojórquez, A Reyes-Salazar, J Carrillo y F López-Almansa (2021), “Multi-objective seismic design of BRBs-reinforced concrete buildings using genetic algorithms”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 64, No. 4, pp. 2097-2112. [DOI: 10.1007/s00158-021-02965-5](https://doi.org/10.1007/s00158-021-02965-5)

Meli, R y E Miranda (1986), “Evaluación de los efectos de los sismos de septiembre de 1985 en los edificios de la Ciudad de México. Parte 1: Evaluación de daños”, Instituto de Ingeniería, UNAM, Vol 2-1.

Merrit, S, C Uang y G Benzoni (2003), *Subassemblage testing of corebrace buckling-restrained braces*, La Jolla, California: University of California, San Diego.

Park, Y y A Ang (1985), “Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 4, pp. 722-739. [DOI: 10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1985\)111:4\(722\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1985)111:4(722))

Rahimbakhsh, H, M Kohansal, A Tarkashvand, M Faizi y M Rahbar (2022), “Multi-objective optimization of natural surveillance and privacy in early design stages utilizing NSGA-II”, *Automation in Construction*, Vol. 143. [DOI: 10.1016/j.autcon.2022.104547](https://doi.org/10.1016/j.autcon.2022.104547)

Rezazadeh, F y S Talatahari (2020), “Seismic energy-based design of BRB frames using multi-objective vibrating particles system optimization”, *Structures*, Vol. 24, pp. 227-239. [DOI: 10.1016/j.istruc.2020.01.006](https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.01.006)

Takeda, T, M Sozen y N Nielsen (1970), “Reinforced concrete response to simulated earthquakes”, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 96, No. 12, pp. 2557-2573. [DOI: 10.1061/JSDEAG.0002765](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002765)

Terán-Gilmore, A y J Jirsa (2005), “A damage model for practical seismic design that accounts for low cycle fatigue”, *Earthquake Spectra*, Vol. 21, No. 3. [DOI: 10.1193/1.1979500](https://doi.org/10.1193/1.1979500)

Terán-Gilmore, A y J Ruiz-García (2011), “Comparative seismic performance of steel frames retrofitted with buckling-restrained braces through the application of Force-Based and Displacement-Based approaches”, *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, Vol. 31, No. 3, pp. 478-490. [DOI: 10.1016/j.soildyn.2010.11.003](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2010.11.003)

Xue, Q, Z Wang y Q Chen (2022), “Multi-objective optimization of building design for life cycle cost and CO2 emissions: A case study of a low-energy residential building in a severe cold climate”, *Building Simulation*, Vol. 15, pp. 83-98, 2022. [DOI: 10.1007/s12273-021-0796-5](https://doi.org/10.1007/s12273-021-0796-5)

Zhou, Y, H Shao, Y Cao y E Lui (2021), “Application of buckling-restrained braces to earthquake-resistant design of buildings: A review”, *Engineering Structures*, Vol. 146. [DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112991](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112991)

Carr, A (2015), “Volume 3: User manual for the 3-Dimensional Version Ruaumoko3D”, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand.