

DOI: 10.24850/j-tyca-2020-02-03

Artículos

**Determinación experimental de la rugosidad
equivalente e inicio de movimiento para fondo uniforme**
**Experimental determination of equivalent roughness
and motion initiation for uniform bed**

Klever Izquierdo-Ayala¹

Juan Antonio García-Aragón², ORCID: 0000-0003-0427-2575

Humberto Salinas-Tapia³, ORCID: 0000-0002-0075-6997

Carlos Díaz-Delgado⁴, ORCID: 0000-0001-6245-070X

¹Instituto Interamericano de Tecnología y Ciencias del Agua, Universidad Autónoma del Estado de México, carretera Toluca-Atlacomulco, Estado de México, México, kia_nj@hotmail.com

² Instituto Interamericano de Tecnología y Ciencias del Agua, Universidad Autónoma del Estado de México, carretera Toluca-Atlacomulco, Estado de México, México, jagarciaa@uaemex.mx

³ Instituto Interamericano de Tecnología y Ciencias del Agua, Universidad Autónoma del Estado de México, carretera Toluca-Atlacomulco, Estado de México, México, hsalinast@uaemex.mx

⁴ Instituto Interamericano de Tecnología y Ciencias del Agua,
Universidad Autónoma del Estado de México, carretera Toluca-
Atlacomulco, Estado de México, México, cdiazd@uaemex.mx

Autor para correspondencia: Juan Antonio García-Aragón,
jagarciaa@uaemex.mx

Resumen

En este trabajo se presentan los hallazgos obtenidos por medio de experimentos realizados en un canal de laboratorio, de sección transversal rectangular y paredes de vidrio, provisto de un fondo móvil constituido por un depósito de sedimentos uniformes no cohesivos, para el cual se simuló el inicio de movimiento. El objetivo perseguido consistió en estimar la rugosidad equivalente y las condiciones críticas para el inicio de movimiento. La rugosidad equivalente se obtuvo al contrastar los perfiles de velocidad obtenidos experimentalmente con el modelo teórico de Fuentes & Carrasquel (1978). La velocidad de corte se determinó a partir del esfuerzo turbulento de acuerdo con la distribución de los esfuerzos de Reynolds. La investigación incluyó el análisis de cinco diferentes tamaños de sedimento. Las velocidades instantáneas del flujo al centro del canal y sobre el fondo móvil fueron definidas por medio de la técnica óptica de velocimetría por rastreo de partículas (PTV). Lo anterior facilitó la estimación de la esperanza matemática puntual de la velocidad para intervalos del tirante de agua y con ello ajustar el perfil de velocidades de acuerdo con la ley logarítmica

de distribución de velocidad del flujo. Los resultados muestran que la rugosidad de fondo es mayor al diámetro medio de las partículas del lecho y que la razón de la rugosidad con respecto al tamaño medio del sedimento puede expresarse como una función del Reynolds de partículas. Se observó asimismo una disminución de la rugosidad equivalente justo después del inicio de movimiento de 26, 22 y 16% para lechos móviles con diámetro uniforme representativo (D) de partículas de 0.64, 0.93 y 1.68 mm, respectivamente.

Palabras clave: sedimentos no cohesivos, rugosidad equivalente, inicio de movimiento, perfil de velocidades, PTV.

Abstract

The results obtained in experiments in a rectangular channel provided with glass walls and a movable bed in the center of the span are presented in this paper. Conditions for motion initiation of uniform non-cohesive sediment beds were obtained. The goal was to define the equivalent roughness and the critical conditions for initiation of motion. The bed roughness was obtained by comparing motion initiation velocity profiles with a theoretical velocity profile defined with the Fuentes & Carrasquel (1978) model. The shear velocity was obtained with Reynolds stresses in a turbulent stress model. Five different size of sediments were used. Point velocities of flow at the channel and over the movable bed were obtained using the optical technique of Particle Tracking Velocimetry (PTV). From a cloud of measured velocities the average velocity profile was defined using the logarithmic law of flow

velocities. The results show that bed roughness is larger than the mean diameter of bed particles, and that the ratio of bed roughness over mean diameter can be expressed by means of the particle Reynolds number. It was observed a reduction of bed roughness just after motion initiation of 26, 22 and 16% for movable beds with uniform representative diameter (D) of 0.64, 0.93 and 1.68 mm, respectively.

Keywords: Non-cohesive sediments, equivalent roughness, motion initiation, velocity profile, PTV.

Recibido: 13/02/2019

Aceptado: 08/07/2019

Introducción

La determinación de las condiciones de inicio de movimiento en lechos de sedimentos no cohesivos ha sido objeto de investigación desde Du Boys (1879). El trabajo más emblemático fue presentado por Shields (1936), quien recopiló datos experimentales y determinó la condición de inicio de movimiento con base en el esfuerzo cortante que actúa sobre el lecho. Posteriormente, Yalin & Karahan (1979) extienden la solución del inicio de movimiento para flujo laminar. Cabe destacar que la mayoría

de los resultados que se han obtenido para inicio de movimiento sugiere esfuerzos críticos que difieren en magnitud con los resultados de Shields (1936), o de Yalin & Karahan (1979), pero conservan la forma de las dos curvas propuestas respectivamente (Buffinton, 1999; Cao *et al.*, 2006; Chien & Wan, 1998; García-Flores & Maza-Álvarez 1997; Lick *et al.*, 2004; Ling, 1995; Smith, 2004). Investigaciones complementarias han sido documentadas sobre la influencia de las condiciones de empaque de las partículas del lecho y de las diferencias de tamaño de éstas con respecto al inicio de movimiento, apoyándose en conceptos estadísticos para explicar la variabilidad del fenómeno flujo-fondo móvil (Dancey *et al.* 2002; Garde *et al.*, 2006; Papanicolaou, 2002). Por otro lado, diversos autores (Hunziker & Jaeggi, 2002; Kuhnle, 1993; Sarmiento & Falcon, 2006) subrayan que los lechos de ríos están constituidos por lo general por mezclas de arena o granos de diferentes tamaños, de tal forma que de modo prioritario debe construirse un modelo matemático que explique el problema para fondo con partículas de tamaño uniforme y relacionar, o extrapolar, dicha solución para lechos formados por partículas de granulometría extendida.

La condición para inicio de movimiento en un fondo móvil se presenta por lo regular en términos del esfuerzo cortante, o de la velocidad media, teniendo ventajas y desventajas cada uno de estos enfoques. El enfoque de velocidad media del flujo para explicar el inicio de movimiento ha sido adoptado en la práctica de la ingeniería por su sencillez. Así, modelos como los propuestos por Levy (1956) o Goncharov (1962) difieren sobre todo en el tamaño de partícula representativa de la rugosidad del lecho en su respectivo modelo. Sin

embargo, autores como Chien & Wan (1998), y García-Flores & Maza-Álvarez (1997) señalan, con base en el análisis del efecto de la turbulencia, que la velocidad media del flujo es un criterio menos eficiente que el del esfuerzo cortante para explicar de manera correcta el fenómeno del inicio de movimiento. Además, Marsh *et al.* (2004) concluyen que el empleo de la variable velocidad media de flujo como la principal variable explicativa del fenómeno de inicio de movimiento del fondo debe ser analizada o validada con respecto a los esfuerzos de corte generados por ésta. En consecuencia, estos últimos autores proponen el uso de la variable potencia del flujo como una forma relativamente nueva de modelación del inicio de movimiento del lecho (Marsh *et al.*, 2004).

Cabe recordar que la rugosidad equivalente es el parámetro que representa la altura de las asperezas del lecho móvil. Nikuradse (1933) propone que la rugosidad equivalente del fondo es igual al tamaño promedio de las partículas para lechos de arenas uniformes. Sin embargo, resultados posteriores han demostrado que la rugosidad equivalente es mayor al tamaño medio de las partículas que lo componen (Van-Rijn, 1982). Además, para fondo no uniforme (granulometría extendida), la rugosidad equivalente del fondo debe ser representada por alguno de los diámetros más grandes de la mezcla de partículas. En la literatura especializada, la rugosidad equivalente es sugerida como un diámetro representativo de las partículas del lecho ponderado por un factor mayor que la unidad. El problema por resolver consiste, entonces, en determinar la magnitud de la rugosidad equivalente del fondo móvil y definir el diámetro de partícula

representativo del lecho, justificando el criterio utilizado (Chien & Wan, 1998; Maza-Álvarez & García-Flores, 1996). Por otro lado, en la práctica actual de la ingeniería, continúan utilizándose las fórmulas de Manning y Chézy para la solución de problemas de resistencia al flujo. En efecto, los coeficientes de rugosidad utilizados en tales modelos se obtienen como una función del tamaño representativo de las asperezas de la pared sobre la cual ocurre el flujo. En consecuencia, las correctas magnitudes de la rugosidad equivalente del fondo y de la resistencia al flujo para explicar el inicio de movimiento del lecho son de suma importancia (Ramesh *et al.*, 2000; Wu & Wang-Sam, 1999).

La interacción entre la pared y fondo del canal, o sección mojada de río, con el flujo se refleja en la distribución de velocidades. Se ha demostrado que la mejor aproximación corresponde con un perfil logarítmico de velocidades en la vertical, que es representado por un modelo matemático que, a su vez, es una función de la rugosidad y del flujo presentes, donde el esfuerzo cortante está implícito en la distribución logarítmica (Maza-Álvarez & García-Flores, 1984). De esta forma, el perfil de velocidades logarítmico permite definir una velocidad para el inicio de movimiento del fondo relacionada con el esfuerzo cortante y la rugosidad equivalente. Por ello, el objetivo perseguido en este trabajo consistió en medir perfiles de velocidad a partir de la técnica óptica de velocimetría por rastreo de partículas (PTV) (Salinas-Tapia, 2007) y obtener combinaciones de esfuerzo cortante-velocidad media generadoras del inicio de movimiento del fondo móvil, para luego contrastarlas con perfiles teóricos de velocidad de acuerdo con el modelo de Fuentes & Carrasquel (1978). De esta forma ha sido posible

deducir valores de la rugosidad equivalente de fondo para cinco diferentes tamaños de arena y relacionarlos con la condición de inicio de movimiento del lecho móvil.

En la actualidad, gracias a las técnicas ópticas (no intrusivas), como PTV, es posible la medición de las fluctuaciones de la velocidad o bien de la distribución del esfuerzo de Reynolds. Lo anterior representa una alternativa para estimar el esfuerzo cortante en situaciones donde la medición de la pendiente del fondo es incierta, como el caso de los ríos. La velocidad de corte τ , por ende, el esfuerzo cortante total, se obtiene con las fluctuaciones de la velocidad promedio en la altura de flujo (Yang & McCorquodale, 2004; Lemmin & Rolland, 1997).

La distribución, o perfil, de velocidades promedio es resultado de las interacciones del flujo con las fronteras que lo contienen. Un modelo obtenido con base en el análisis teórico, ampliamente sustentado, que relaciona parámetros con significado físico es la ley logarítmica de distribución de velocidades de Prantl-von Karman (Anthony *et al.*, 1998), el cual está representado por la Ecuación (1):

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{u_* y}{k_s} + \varphi \quad (1)$$

Donde u es la velocidad promedio; u_* , la velocidad de corte (m/s); k , la constante de von Karman ($k = 0.41$ para flujo con baja carga suspendida); y , la altura de flujo (m); ν , la viscosidad cinemática (m^2/s), y φ es una función de la naturaleza hidráulica de la pared o

función de rugosidad. La constante de von Karman (k) representa la relación proporcional entre la magnitud de la turbulencia del flujo y la variación de la velocidad promedio. La velocidad de corte (u_*) es un parámetro que representa al esfuerzo cortante del fondo o promedio τ_0 en unidades de velocidad ($u_* = (\tau_0/\rho)^{1/2}$, ρ = densidad del fluido). La función de rugosidad Φ es igual con la diferencia entre una constante de integración β y el logaritmo natural del parámetro conocido como Reynolds de rugosidad (Re_*); esto es: $\Phi = \beta - \ln(Re_*)$, donde $Re_* = u_*k_s/\nu$ (para k_s = altura de las asperezas de la pared del fondo). Nótese que al sustituir $\Phi = \beta - \ln(u_*k_s/\nu)$ en la Ecuación (1), la ley logarítmica de distribución de velocidades toma la forma de la Ecuación (2):

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{k_s} + \beta \quad (2)$$

La constante β es función de la naturaleza hidráulica del fondo, expresada en términos de Re_* . Fuentes & Carrasquel (1978) proponen la Ecuación (3) para obtener la magnitud de β .

$$\beta = \frac{1}{k} \ln \frac{1}{9.025 Re_*} + \frac{1}{30} e^{10.78/Re_*} \quad (3)$$

La altura que representa la rugosidad equivalente de las asperezas del fondo (k_s) continúa siendo tema de interés en investigaciones recientes. En efecto, en canales abiertos con fondo plano constituido por

partículas móviles y no cohesivas (arenas y/o gravas) se ha documentado ampliamente que k_s es igual al tamaño representativo de los granos del fondo (D_i) multiplicado por una constante de proporcionalidad a (donde $a > 1$). Ejemplo de lo anterior son los trabajos de Ackers & White (1973), quienes proponen un valor de $k_s = 1.25 D_{35}$; Engelund & Hansen (1967) sugieren un $k_s = 2 D_{65}$; o bien Einstein, en 1950 (Einstein, 1950), quien sugirió un $k_s = D_{65}$. Van-Rijn (1982) hace una recopilación de datos experimentales de distintos autores y concluye que la rugosidad de un fondo plano y móvil varía de 1 a 10 veces el D_{90} , proponiendo como rugosidad promedio a ser usada $k_s = 3 D_{90}$. Señala también que la rugosidad no depende de la condición de transporte en el fondo cuando éste permanece plano. Así, de acuerdo con los trabajos precedentes, una solución al problema planteado en este trabajo compara los resultados con los métodos que usan la constante de proporcionalidad (a) y el tamaño representativo de los granos del lecho móvil (D_i). La condición de inicio de movimiento ha sido adoptada como criterio para definir el tamaño representativo de un fondo compuesto por una mezcla de tamaños como normalmente se presenta en condiciones naturales (ríos y canales). Para el caso de fondo uniforme, el tamaño promedio de partículas será considerado como adecuado para representar el tamaño de las partículas del lecho. Aquí cabe resaltar que en la modelación hidráulica, por lo regular se utilizan coeficientes de rugosidad como n (Manning) y C (Chézy), los cuales pueden estimarse como una función de k_s (Chien & Wan, 1998).

Con respecto al inicio de movimiento de un fondo móvil, la condición crítica para la cual los granos empiezan a ser arrastrados por

la corriente ha sido establecida como una relación entre dos parámetros adimensionales: el parámetro de Shields (θ) y el Reynolds de partículas (Re_p) ($Re_p = u_*D/\nu$). El parámetro de Shields (θ) representa la relación entre la acción de la corriente (esfuerzo cortante en el fondo) y el peso sumergido de los granos. Se tiene como valor de $\theta = \tau_0/D(\gamma_s - \gamma)$, donde γ_s es el peso específico del grano; γ es el peso específico del fluido (agua). Cabe diferenciar entre los parámetros Re_* y Re_p , dado que el primero se refiere a la naturaleza hidráulica de la pared del fondo, mientras el segundo considera la acción de la corriente sobre los granos del fondo. Considerando que $k_s > D$, o bien que $a > 1$, se tiene entonces que normalmente $Re_* > Re_p$.

El conocido diagrama de Shields (1936) es la representación gráfica de la condición crítica para inicio de movimiento del lecho. Así, en una extensión del trabajo de Yalin & Karahan (1979) presentan un diagrama análogo que incluye la solución del inicio de movimiento del lecho para condiciones de flujo laminar. Por otro lado, García-Flores & Maza-Álvarez (1997) proponen ecuaciones en función de Re_p , que ajustan a los diagramas propuestos por Shields, y Yalin y Karahan, respectivamente. Es de resaltar que en la región correspondiente a la transición de pared lisa a pared hidráulicamente rugosa, los diagramas tanto de Shields como de Yalin y Karahan presentan la forma coloquialmente conocida como silla de montar. Según Shields, la relación entre la dimensión de la subcapa viscosa y el tamaño de los granos es tal que para granos contenidos dentro del espesor de la subcapa viscosa se requiere una fuerza de arrastre mayor para romper el equilibrio que guardan éstos. La condición crítica, o de inicio de

movimiento del lecho es un parámetro considerado en varios métodos para estimar el transporte de fondo. Por ejemplo, en el modelo propuesto por Meyer-Peter & Muller (1948), la magnitud del parámetro $\theta = 0.045$ es adoptada cuando $Re_p > 60$.

Si bien el concepto de esfuerzo cortante crítico es más adecuado bajo el análisis del equilibrio individual de los granos del fondo, en la práctica la velocidad media del flujo resulta ser un criterio de mayor simplicidad para estimar el inicio del movimiento o arrastre del fondo. Modelos clásicos para calcular la velocidad media del flujo, que ocasiona el inicio de movimiento del lecho, consideran tanto la distribución de velocidades en la vertical como la condición crítica de estabilidad de las partículas del fondo en términos del parámetro de Shields (θ). Uno de estos modelos clásicos corresponde al propuesto por Chien & Wan (1998) y está representado por la Ecuación (4).

$$\frac{U_c}{\sqrt{\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g D}} = 5.75 \sqrt{f(Re_p) \log(12.27) \frac{\chi R}{k_s}} \quad (4)$$

Donde U_c es la velocidad media crítica para inicio de movimiento del lecho (m/s); R , el radio hidráulico de la sección transversal (m); k_s , el valor de rugosidad equivalente de las partículas (m); g , el valor de la aceleración de la gravedad (m^2/s); D , el diámetro representativo de las partículas del lecho móvil (m); χ , la constante en función de la relación entre el espesor de la subcapa viscosa δ (m) y la rugosidad k_s , y $f(Re_p)$

(N/m^2) es el parámetro de Shields (θ) en la condición de inicio de movimiento del lecho. Con base en los resultados de Shields (1936) para Re_p mayores a 60, el valor de θ es considerado como constante y cercano a 0.045. Así, la Ecuación (4) se simplifica, y el modelo de Chien & Wan (1998) puede ser representado por la Ecuación (5):

$$\frac{U_c}{\sqrt{\frac{y_s - y}{y} g D}} = 1.219 \left[\log(12.27) \frac{\chi R}{k_s} \right] \quad (5)$$

Por su parte, Einstein (1950) propone la determinación de existencia de una pared rugosa cuando $k_s/\delta > 10$ y $\chi = 1$. Igualmente señala que si $k_s/\delta < 0.25$, entonces se está en presencia de una pared lisa y χ toma el valor de $\chi = 0.3Re^*$. El valor máximo posible de χ ($\chi = 1.6$) ocurre cuando se está en zona de transición y ψ para cuando k_s/δ es igual a 1.0. Es importante señalar que varios modelos encontrados en la literatura especializada son de la forma de la Ecuación (5). Entre éstos se encuentran los modelos de Goncharov (1962) y de Levy (1956), representados por la Ecuación (6) y la Ecuación (7), respectivamente:

$$\frac{U_c}{\sqrt{\frac{y_s - y}{y} g D}} = 1.06 \log\left(\frac{8.8h}{D_{95}}\right) \quad (6)$$

Donde h es el tirante del flujo (m), D_{90} y D_{95} (m) son, respectivamente, el diámetro que representa que 90 o 95% de las partículas del fondo móvil es menor a estos valores.

$$\frac{U_c}{\sqrt{gD}} = 1.4 \log \frac{12R}{D_{90}} \quad (7)$$

La principal diferencia entre estos modelos es la definición de la rugosidad de los granos (k_s). Los citados autores suponen que esa rugosidad está representada por el tamaño mayor de partículas en el lecho, es decir, D_{90} o D_{95} , respectivamente (Chien & Wan, 1998; García-Flores & Maza-Álvarez, 1997). Las tres expresiones anteriores incluyen siempre la relación entre la profundidad (h), y/o el radio hidráulico (R), así como la rugosidad de los granos (k_s). Recordando que por definición el esfuerzo cortante promedio en el lecho está representado por $\tau_0 = \gamma R s$, donde s es la pendiente de fricción considerada. La relación R/k_s tiene en cuenta la acción de la corriente, es decir, la potencia del escurrimiento ($R \approx h$ en canales donde $B \gg h$). Para estimar el esfuerzo cortante sobre el fondo, en condiciones donde la pendiente de fricción no puede conocerse directamente, se utilizan otros métodos. En ríos, por ejemplo, la velocidad de corte es deducida al validar la aplicación de la ley logarítmica de distribución de velocidades. Otra forma de deducir la velocidad de corte, e indirectamente el esfuerzo cortante promedio, es validar la distribución de los esfuerzos de Reynolds τ_r con el empleo del modelo representado por la Ecuación (8):

$$\tau_r = \rho u_*^2 \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad (8)$$

Por definición, $\tau_r = \rho u'v'$, donde u' es la variabilidad de la velocidad con respecto al promedio en dirección del flujo; v' , la variabilidad de la velocidad promedio en la dirección vertical; el valor de y se encuentra entre 0 y h . La distribución anterior ha sido validada para flujo turbulento en canales abiertos. Al respecto, Lemmin & Rolland (1997) compararon el esfuerzo cortante total calculado con base en la pendiente de fricción (s) y el obtenido directamente al extrapolar las distribuciones del esfuerzo de Reynolds hasta el fondo, y ampliaron la aplicación para flujo en cauces naturales (Best *et al.*, 1997; Song & Graf, 1996). Por último, es importante señalar que la técnica PTV es no intrusiva y permite medir las fluctuaciones de la velocidad en diferentes puntos del tirante del flujo para establecer, con base en dichas mediciones, la velocidad de corte u_* (Adrian, 1991; Salinas-Tapia *et al.*, 2006).

Metodología

Diagrama procedimental

El diagrama de la Figura 1 describe el proceso metodológico que se llevó a cabo en este trabajo.

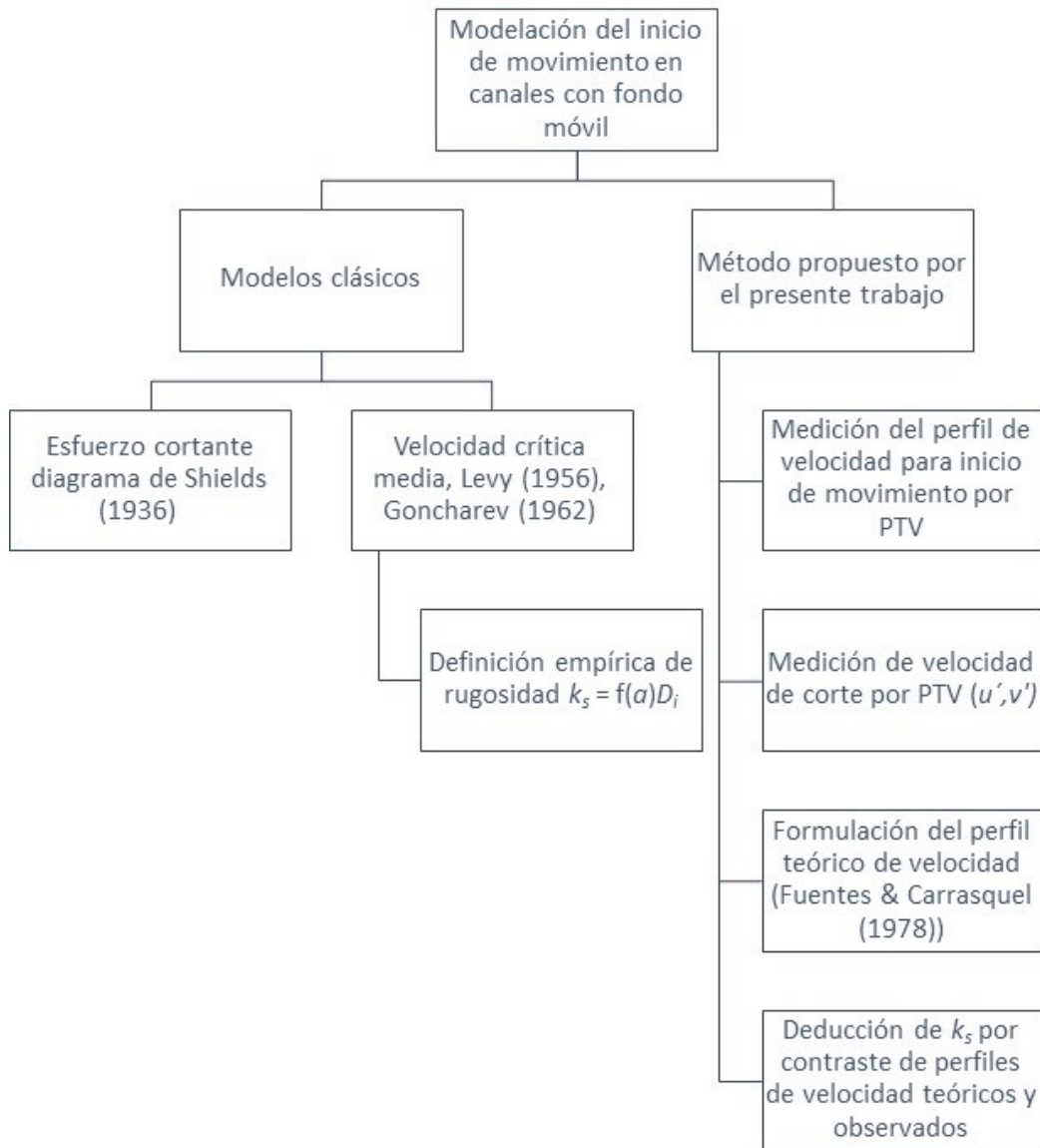


Figura 1. Diagrama del proceso metodológico empleado en la investigación.

Montaje experimental

Las dimensiones del canal de laboratorio donde se realizaron las simulaciones del inicio de movimiento del lecho de fondo móvil son 1.20 m de longitud, 0.10 m de ancho y altura de las paredes laterales de 0.15 m. A 0.60 m de la entrada del canal se ubica un depósito de fondo móvil de 0.025 m de profundidad y 0.25 m de longitud. Las partículas de arena, o fondo móvil, se colocaron en dicho depósito verificando que el lecho presentara siempre una configuración plana al inicio de cada experimento. En la salida del canal, una compuerta permitió controlar la velocidad del flujo, manteniendo un caudal constante durante cada experimento. En la Figura 2 se muestra el esquema del dispositivo canal-depósito de fondo móvil y la configuración del sistema de velocimetría por rastreo de partículas empleado (PTV).

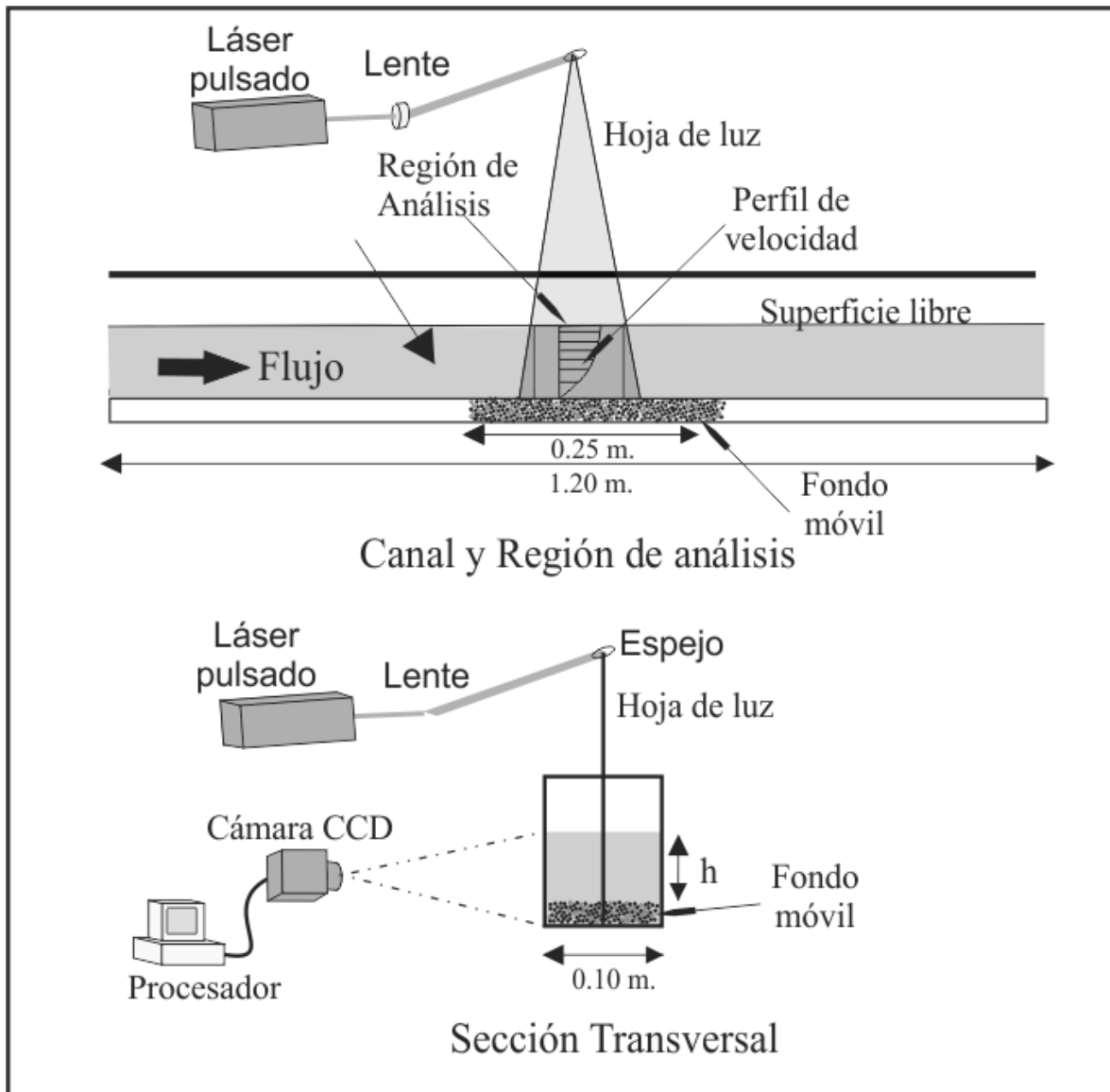


Figura 2. Configuración del montaje experimental de iluminación, captura y procesamiento de imágenes en la región de flujo sobre fondo móvil.

Como fondo móvil se utilizó arena de mina, cuya densidad y peso específico son $\rho_s = 2\,543 \text{ kg/m}^3$ y $\gamma_s = 24\,950 \text{ N/m}^3$. La arena fue tamizada para obtener cinco diferentes tamaños uniformes (lechos móviles) D . La Tabla 1 contiene el resumen de las aberturas mínima y máxima (D_{mn} y D_{mx}) del tamiz utilizado para obtener los cinco tamaños D . El promedio de D_{mn} y D_{mx} se considera como el diámetro uniforme en cada caso. Se muestra, igualmente, la clasificación correspondiente del material de cada lecho con respecto al sistema de clasificación del American Geophysical Union (AGU).

Tabla 1. Fondo móvil y clasificación AGU (American Geophysical Union) del sedimento que lo conforma.

Fondo móvil	Tamaño o diámetro uniforme: D (m)	Tamaño mínimo según tamiz D_{mn} (m)	Tamaño máximo según tamiz D_{mx} (m)	Clasificación AGU del sedimento del fondo móvil
S1	0.00038	0.00033	0.00043	Arena media
S2	0.00064	0.00043	0.00085	Arena gruesa
S3	0.00093	0.00085	0.00100	Arena gruesa
S4	0.00168	0.00100	0.00236	Arena muy gruesa
S5	0.00318	0.00236	0.00400	Grava fina

En cada simulación efectuada del inicio de movimiento del lecho de fondo, la velocidad del flujo se incrementó de modo gradual con aberturas mínimas de la compuerta (del orden de 0.5 mm aproximadamente en cada paso). Después de calibrar las condiciones que generan el inicio de movimiento del lecho móvil se efectuaron los experimentos a partir de velocidades donde si bien son próximas a la condición crítica, se mantiene en reposo de la totalidad de los granos del lecho. Cada experimento fue extendido hasta condiciones evidentes de transporte de fondo. El inicio de movimiento se consideró por criterio visual cuando para una condición de flujo dada es incuestionable que hay un movimiento generalizado y constante de granos. Cada experimento incluyó dos tipos de resultados correspondientes a las condiciones “antes de movimiento” y “después de movimiento”. La Tabla 2 muestra un resumen de los parámetros hidráulicos medidos en cada experimento. Dicha tabla contiene las alturas de flujo h , las velocidades medidas al principio y al final de cada etapa durante la simulación, así como sus correspondientes Re_F (número de Reynolds del fluido) y Fr (número de Froude).

Tabla 2. Parámetros hidráulicos al principio y final de las simulaciones de inicio de movimiento del lecho de fondo.

Fondo móvil: tamaño, clasificación AGU	Etapa del experimento	Velocidad media U_x (m/s)	Altura de flujo h (m)	Número de Reynolds del flujo $Re_F = Uh/\nu$	Número de Froude Fr = $U/(gh)^{1/2}$	Caudal promedio q (m ³ /s)
---	--------------------------	-----------------------------------	----------------------------------	---	---	---

S1: $D = 0.00038$ m, arena media	Inicio, antes de movimiento	0.199	0.049	8089	0.29	0.00103
	Final, después de movimiento	0.298	0.035	8739	0.51	
	Inicio, antes de movimiento	0.247	0.075	15300	0.29	0.00180
	Final, después de movimiento	0.276	0.064	14599	0.35	
S2: $D = 0.00064$ m, arena gruesa	Inicio, antes de movimiento	0.256	0.042	8852	0.40	0.00105
	Final, después de movimiento	0.320	0.033	8862	0.56	
	Inicio, antes de movimiento	0.287	0.061	14431	0.37	0.00178
	Final, después de movimiento	0.354	0.051	15027	0.50	
S3: $D = 0.00093$ m, arena gruesa	Inicio, antes de movimiento	0.234	0.042	8216	0.36	0.00100

	Final, después de movimiento	0.302	0.034	8432	0.53	0.00175
	Inicio, antes de movimiento	0.287	0.063	14876	0.37	
	Final, después de movimiento	0.379	0.045	14178	0.57	
S4: $D = 0.00168$ m, arena muy gruesa	Inicio, antes de movimiento	0.304	0.055	13996	0.41	0.00174
	Final, después de movimiento	0.441	0.041	14828	0.70	
S5: $D = 3.18$ mm, grava fina	Inicio, antes de movimiento	0.298	0.036	8998	0.50	0.00108
	Final, antes de movimiento	0.350	0.031	8899	0.64	
	Inicio, antes de movimiento	0.491	0.035	14377	0.84	0.00180
	Final, antes de movimiento	0.693	0.027	15485	1.35	

Como se observa en la Tabla 2, los experimentos se hicieron para un rango de velocidades medias de 0.199 a 0.693 m/s; y relaciones ancho (B)/tirante (h) de 1.3 a 3.7. Se destaca que la relación B/h durante los experimentos es baja con respecto a otros estudios documentados en la literatura; este hecho se discute en el análisis de los resultados obtenidos. Con base en la Ecuación (9), propuesta por Kirkgöz & Ardichoglu (1997), para definir la longitud L necesaria de un canal y garantizar que la región turbulenta incluyera toda la profundidad del canal, se verificó en todos los experimentos.

$$\frac{L}{h} = 76 - 0.0001 \frac{Re_F}{Fr} \quad (9)$$

El perfil de velocidades se dedujo al ajustar un modelo de regresión logarítmico con la información de las velocidades promedio u y sus correspondientes profundidades y . Las esperanzas matemáticas de cada coordenada (u , y) fueron obtenidas para intervalos de 1 mm de altura de flujo. Por lo tanto, u , y son los promedios de las velocidades instantáneas u_i y las correspondientes alturas de flujo y_i contenidas en el intervalo vertical de amplitud 0.001 m. El plano, o lámina, de iluminación del sistema óptico se ubica en cada medición sobre el centro del canal y del fondo móvil, formando una región de análisis de 0.08 m de longitud en la dirección del flujo y altura igual con el tirante h . Un total de 100 imágenes doble pulsadas fueron capturadas a razón de 60 imágenes por segundo. El procesamiento de las imágenes facilitó, por medio de la técnica PTV, la medición de un promedio de 7 000 vectores

de velocidad (u_i, v_i) durante cada repetición del experimento para cada par de coordenadas (x_i, y_i) de la ventana del canal analizada y para cada paso de abertura de la compuerta en cada una de las distintas simulaciones.

Resultados

Perfiles de velocidad

En la Figura 3 se tienen ejemplos del perfil de velocidades obtenido para un caso o medición por cada fondo móvil utilizado. El gráfico mostrado en la esquina inferior derecha de la Figura 3 incluye el comparativo de los perfiles de velocidad correspondientes a los cinco ejemplos presentados en la misma figura.

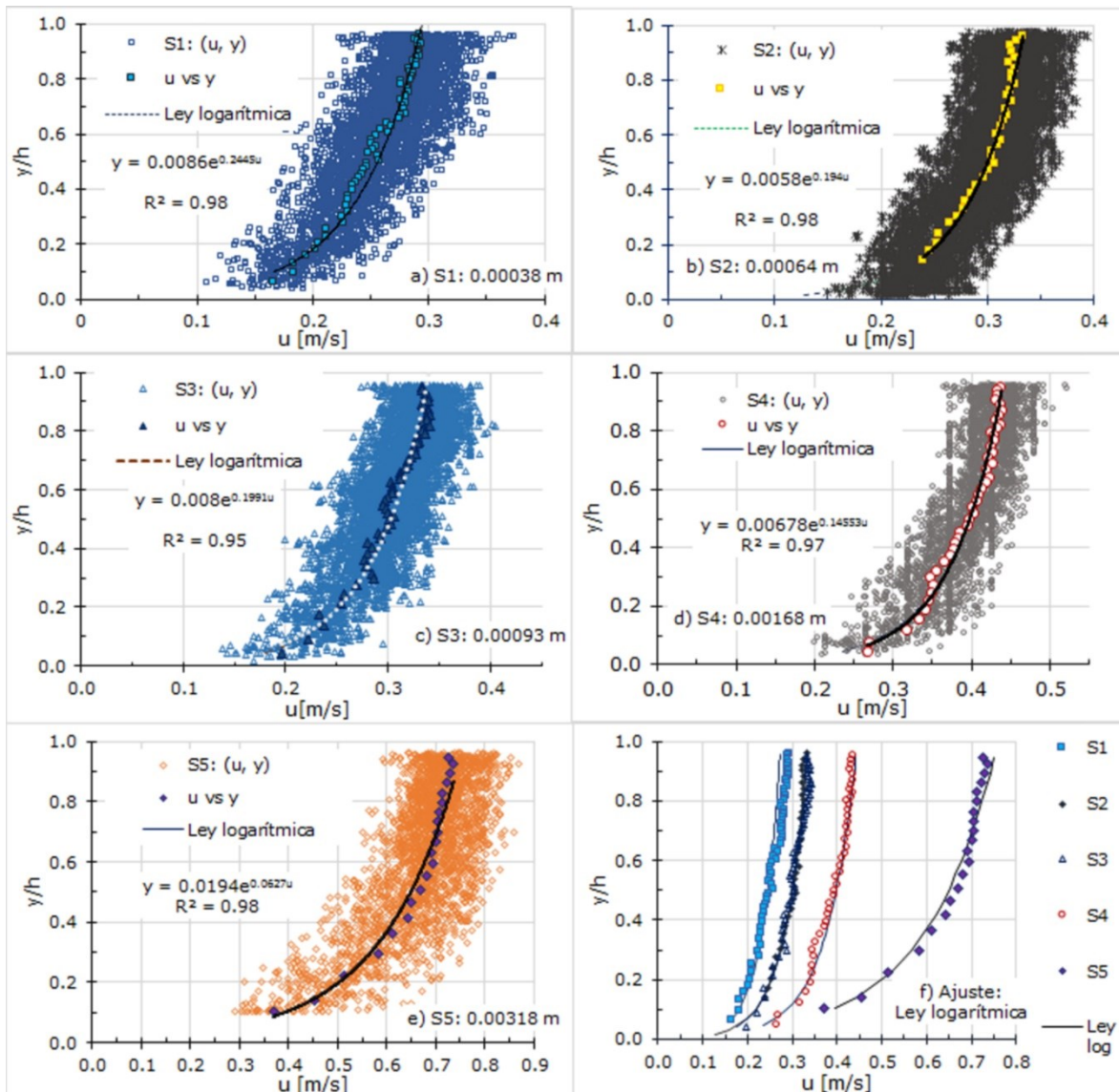


Figura 3. Velocidades instantáneas obtenidas por la técnica PTV y ajustes de sus respectivos promedios con la ley logarítmica de distribución de velocidades; a, b, c, d, e) un ejemplo por cada fondo móvil utilizado; f) comparativo de los perfiles de velocidad mostrados.

Como se observa en los ejemplos de la Figura 3, el perfil de velocidades se obtuvo al aplicar a los promedios u , y el modelo de regresión logarítmico para el cual se obtiene una curva de la forma expresada por la Ecuación (10):

$$y=Ae^{b_0u} \quad (10)$$

Donde y es la altura de flujo (m); u , la velocidad promedio para la altura y (m/s); A y b_0 son las constantes del modelo de regresión. En cada caso, la región tomada en cuenta para aplicar el modelo de regresión fue acotada con base en la ventana donde se obtiene el mejor coeficiente de determinación R^2 posible, definiéndose así la región de flujo en la vertical donde se garantiza que la distribución de velocidades sigue la ley logarítmica (región de flujo turbulento). La amplitud de dicha región depende sobre todo de la profundidad h en cada medición, profundidad que, como se mencionó, fue controlada por pequeños incrementos de apertura de la compuerta a la salida del canal. Una serie experimental o simulación de inicio de movimiento implicó un conjunto de mediciones desde una condición de flujo próxima al inicio de movimiento del lecho hasta una condición donde el arrastre de los granos del fondo fue indiscutible. Así, en cada simulación se tienen mediciones "antes de movimiento" y "después de movimiento". Los gráficos insertos en la Figura 4 muestran ejemplos de una de las simulaciones por cada fondo móvil, excepto para $S5$, para el cual se presentan las tres simulaciones realizadas.

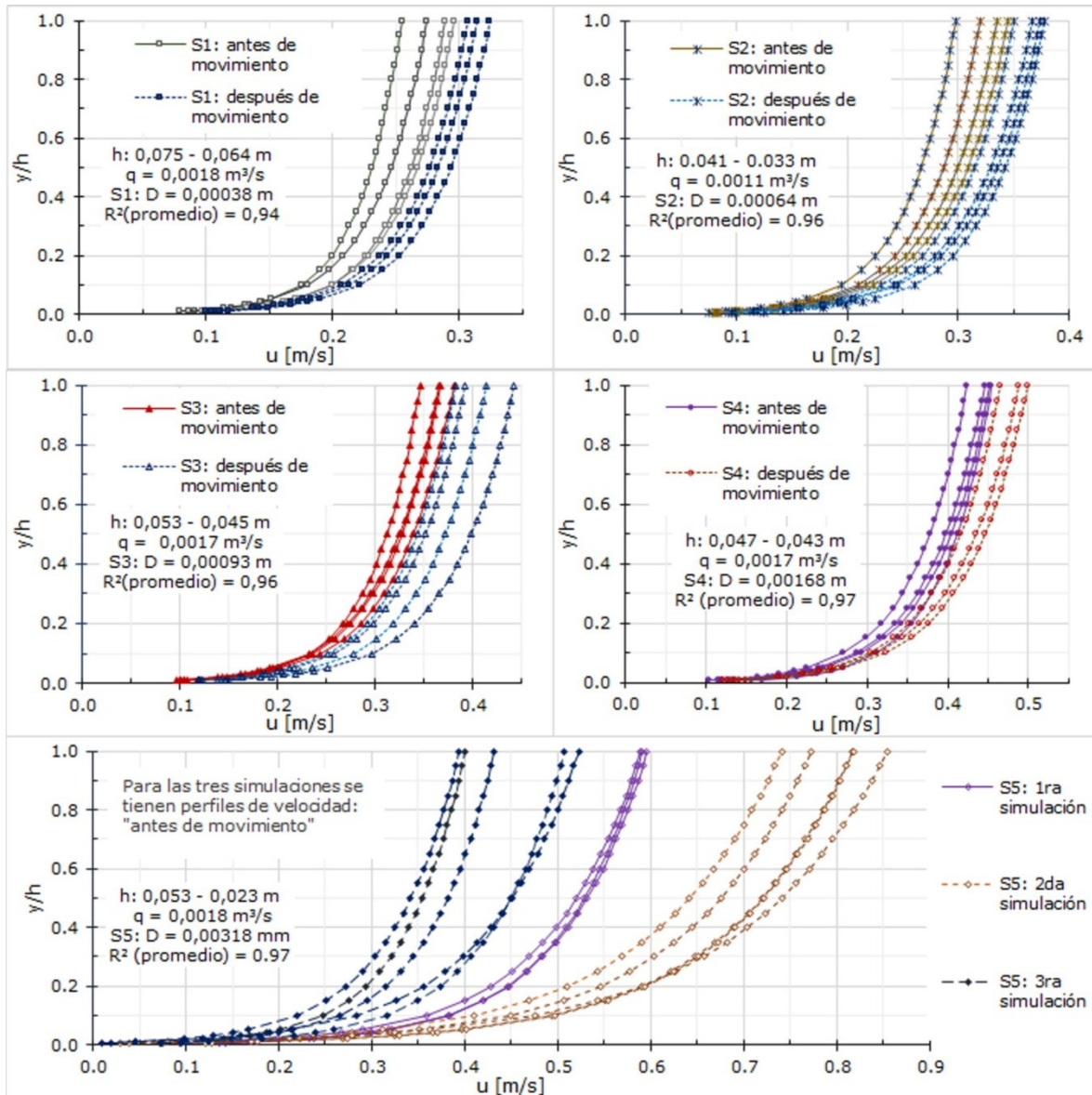


Figura 4. Perfiles de velocidad durante la simulación de inicio de movimiento. Para S1, S2, S3, S4 se muestra una simulación por fondo móvil; para S5 se observan las tres simulaciones realizadas.

Esfuerzo cortante y rugosidad del fondo

El parámetro u_* puede obtenerse a partir de la constante b_0 de la curva de regresión obtenida (Ecuación (10)) para las velocidades medidas experimentalmente, es decir $u_* = k/b_0$. Lo anterior se demuestra al comparar la Ecuación (2) y Ecuación (10). La constante A corresponde a la altura de flujo para la cual teóricamente, de acuerdo con el modelo logarítmico, se tiene $u = 0$. Este parámetro es conocido como rugosidad hidráulica y comúnmente designado con el símbolo y_0 . La velocidad de corte u_* considerada para estimar el esfuerzo cortante τ_0 se tomó con base en la distribución de los esfuerzos de Reynolds (Ecuación (8)). Por lo tanto, u_* es estimada con base en la Ecuación (11) (Chien & Wan, 1998):

$$u_* = (\overline{u'v'})^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=2}^M u'_i v'_i} \quad (11)$$

Donde u'_i es el promedio de la variabilidad de la velocidad en la dirección del flujo; v'_i , el promedio de la variabilidad de la velocidad en la dirección vertical; i , el tamaño del intervalo considerado, y M es el número total de intervalos o dovelas en los que se divide la profundidad

h. Las respectivas variabilidades promedio se obtienen a partir de la Ecuación (12) y la Ecuación (13).

$$u' = \frac{1}{z} \sum_{j=1}^z \sqrt{(u_j - u)^2} \quad (12)$$

$$v' = \frac{1}{z} \sum_{j=1}^z \sqrt{(v_j - v)^2} \quad (13)$$

Donde u_j y v_j son las velocidades puntuales (de los intervalos considerados) en la dirección del flujo y la vertical, respectivamente; z es el número de datos o vectores de velocidad contenidos en el intervalo analizado. La velocidad de corte (u_*) obtenida con respecto a los esfuerzos de Reynolds representa esfuerzos de corte que tienen mayor congruencia con las simulaciones efectuadas. Para las simulaciones con el fondo móvil S5 ($D = 0.0032$ m), el esfuerzo cortante logrado al considerar u_* con respecto a los esfuerzos de Reynolds es correcto, dado el hecho de no haber observado inicio de movimiento del lecho. Por el contrario, si el esfuerzo cortante se tomara con respecto a u_* del perfil logarítmico, se obtienen magnitudes mucho mayores que el valor correspondiente al esfuerzo crítico según las curvas de Shields, y Yalin y Karahan. La Figura 5 muestra el contraste entre la velocidad de corte obtenida por la ley logarítmica de velocidades $u_*(\log)$ y la velocidad de corte por medio de los esfuerzos de Reynolds $u_*(rs)$.

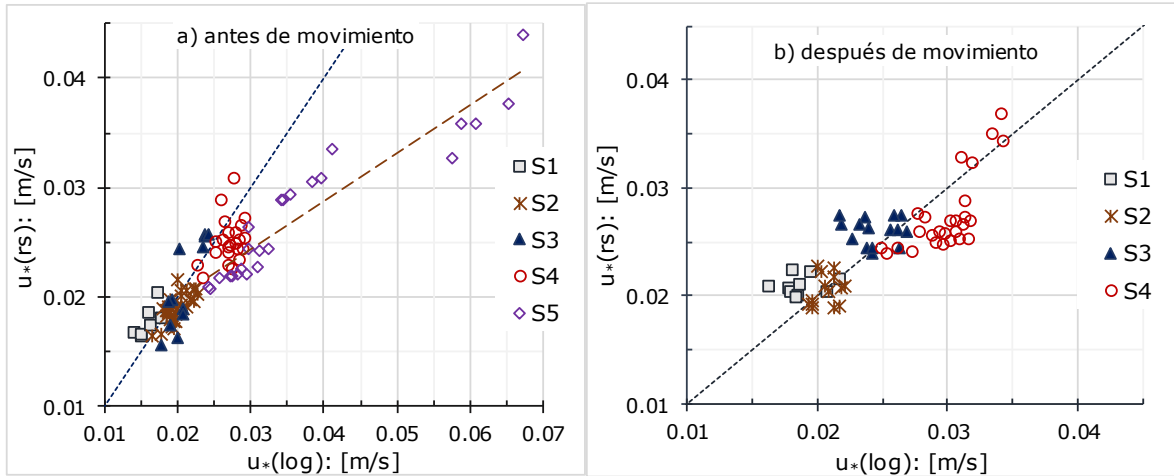


Figura 5. Comparación: velocidad de corte obtenida por la ley logarítmica $u_*(\log)$ versus velocidad de corte obtenida por los esfuerzos de Reynolds $u_*(rs)$; a) antes de inicio de movimiento del lecho; b) después de movimiento del lecho.

Con base en la transformación logarítmica de la Ecuación (2) y la Ecuación (10), y despejando el término $\ln(y)$ se obtienen, respectivamente, la Ecuación (14) y la Ecuación (15). Las relaciones $b_0 = k/u_*$ e $\ln(A) = \ln(k_s) - Bk$ son evidentes al contrastar la Ecuación (14) y la Ecuación (15):

$$\ln(y) = b_0 u + \ln(A) \quad (14)$$

$$\ln(y) = \frac{k}{u_*} u + \ln(k_s) - Bk \quad (15)$$

Así, con base en el modelo de Fuentes y Carrasquel (Ecuación (3)), la constante B es obtenida como una función de Re^* ($Re^* = u_*k_s/\nu$). Por lo tanto, la magnitud de k_s para la cual se cumple la identidad $\ln(A) = \ln(k_s) - Bk$ se obtiene al resolver la Ecuación (16):

$$\ln\left(\frac{k_s}{A}\right) = \ln\frac{1}{9.025\frac{u_*k_s}{\nu}} + \frac{1}{30}e^{\frac{10.78}{\nu}u_*k_s} \quad (16)$$

La Ecuación (16) resulta de sustituir el modelo de Fuentes y Carrasquel en $\ln(A) = \ln(k_s) - Bk$. La constante A es obtenida con base en el ajuste de las velocidades promedio medidas en el modelo logarítmico (Ecuación (10)); y u_* se consideró conforme con los esfuerzos de Reynolds al calcular el promedio del producto de los cuadrados medios de las fluctuaciones de la velocidad. Así, al resolver la Ecuación (16) se obtuvo la magnitud de la rugosidad equivalente del fondo móvil (k_s).

Rugosidad equivalente del fondo móvil antes y después del movimiento

Tres condiciones del experimento afectan la amplitud de la región de flujo turbulento: la distancia desde la entrada del canal hasta la lámina de iluminación (0.60 m); la relación B/h , y el remanso producido por la compuerta. Por tales razones, la región (o ventana) donde la ley logarítmica describe de forma adecuada la distribución de velocidades promedio fue definida en cada caso con respecto al mejor coeficiente de determinación encontrado (R^2). La región de aplicación de la ley logarítmica se incrementó conforme mayor fue la apertura de compuerta. En otras palabras, la amplitud de la altura de flujo en la que la ley logarítmica es significativa, pues la ventana de análisis aumentó con el tirante durante las simulaciones. En la Tabla 3 se muestra el resultado para cada fondo móvil simulado, donde se incluye el promedio de los coeficientes de determinación (R^2) de los experimentos correspondientes.

Tabla 3. Región de flujo donde la ley logarítmica describe de manera adecuada la distribución de velocidades en la vertical del flujo.

Fondo móvil - tamaño	Región que corresponde al mejor coeficiente de determinación R^2	R^2 promedio en los perfiles de velocidad observados
S1 - $D = 0.00038$ m	[0.05 - 0.65]h	0.93
S2 - $D = 0.00064$ m	[0.04 - 0.83]h	0.94
S3 - $D = 0.00093$ m	[0.04 - 0.76]h	0.95

S4 - $D = 0.00168$ m	[0.06 - 0.88]h	0.97
S5 - $D = 0.00318$ m	[0.08 - 1.00]h	0.98

En los promedios presentados en la Tabla 3 y en la determinación de la rugosidad de fondo se consideraron sólo perfiles de velocidad para $R^2 > 0.90$. Para las simulaciones con fondo S1, se obtuvo la menor región de correspondencia con la ley logarítmica y los menores coeficientes de determinación; mientras que para el fondo S5 se tienen la mejor correlación y la mayor amplitud de la región de flujo que corresponde a ley logarítmica. La amplitud y correlación con la ley logarítmica dependieron de la profundidad del tirante durante el experimento. De acuerdo con la Ecuación (9), la mínima longitud necesaria para el desarrollo completo del flujo turbulento es $L = 2$ m, longitud mayor que la distancia física experimental entre la entrada del canal e inicio del fondo móvil. Sin embargo, para las simulaciones con fondo S5, la amplitud de la región donde la ley logarítmica es adecuada, incluye toda la profundidad, lo que podría considerarse como un flujo turbulento completamente desarrollado.

Magnitudes de rugosidad efectiva (k_s/D) de 0.91 a 5.47 y de 1.14 a 5.46 se obtuvieron para las condiciones “antes de movimiento” y “después de movimiento”, respectivamente. En la Figura 6 se presentan los gráficos de (k_s/D) con respecto al Reynolds de partícula (Re_p) y al parámetro de Shields (θ). De acuerdo con los resultados obtenidos, la rugosidad equivalente de fondo (k_s/D) disminuye conforme aumentan ambos parámetros.

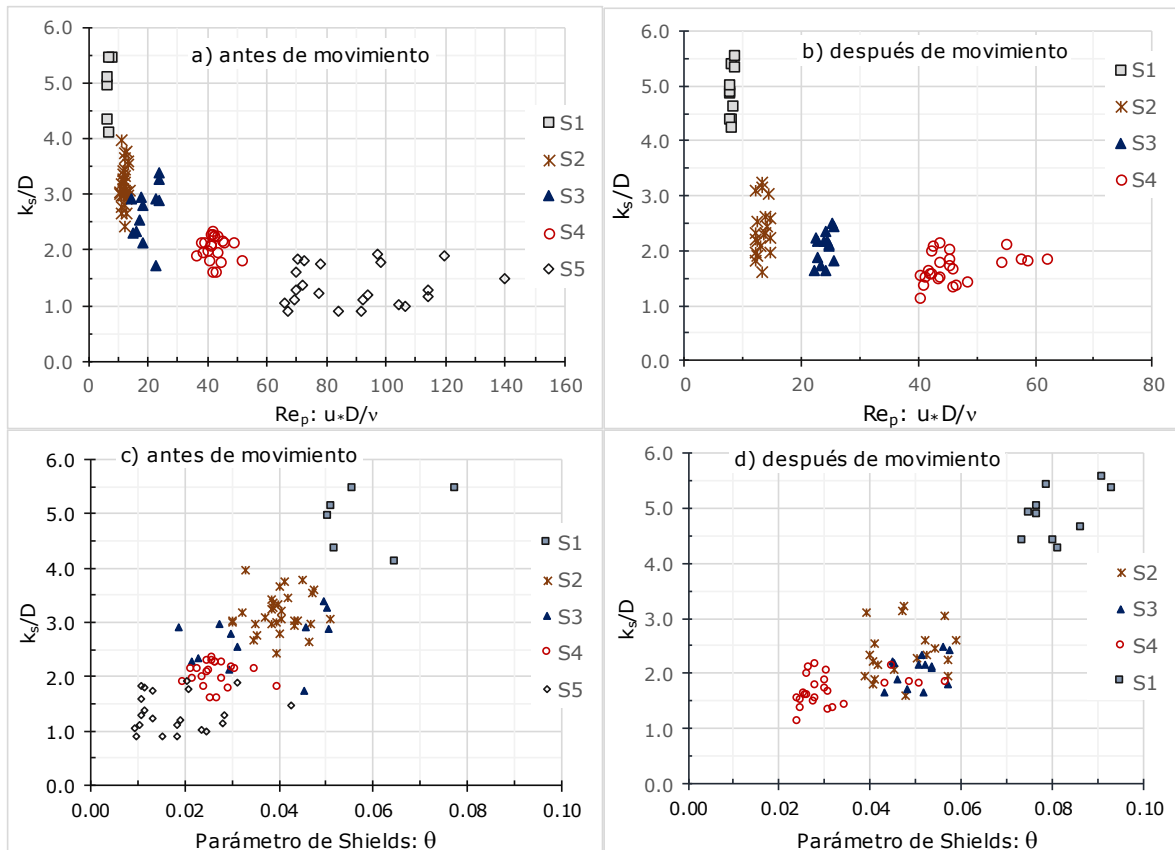


Figura 6. Rugosidad equivalente (k_s/D) vs. Re_p : a) antes de movimiento; b) después de movimiento, rugosidad equivalente (k_s/D) vs. θ ; c) antes de movimiento; d) después de movimiento.

Los gráficos de la Figura 6 incluyen todos los resultados k_s/D . Los promedios por cada serie experimental o simulación se muestran en la Figura 7. Esta figura incluye también la curva del modelo de regresión del tipo $k_s/D = K * Re_p^n$ (donde K y n son los coeficientes del modelo de regresión). En la figura 7 se observan los promedios k_s/D con respecto a

θ y dos diferentes modelos de regresión: recta, $k_s/D = M \theta + b$ (donde M y b son los coeficientes del modelo de regresión), y curva, $k_s/D = K_2 \theta^m$ (para cuando K_2 y m son los coeficientes del modelo de regresión). Las curvas de regresión observadas en la Figura 6 omiten los resultados obtenidos para el fondo S1. Las rugosidades equivalentes de fondo (k_s/D) obtenidas para S1 no corresponden al comportamiento o tendencia mostrada por los resultados obtenidos para los otros cuatro fondos (S2-S5), lo cual es fácilmente observado en los gráficos mostrados de la Figura 5 y Figura 6. Los menores coeficientes de determinación (R^2) y las menores amplitudes de ventana de análisis, donde la ley logarítmica es adecuada, corresponden a las simulaciones S5, lo cual es congruente con la discrepancia de k_s/D obtenida para el mismo lecho con respecto al resto de éstos.

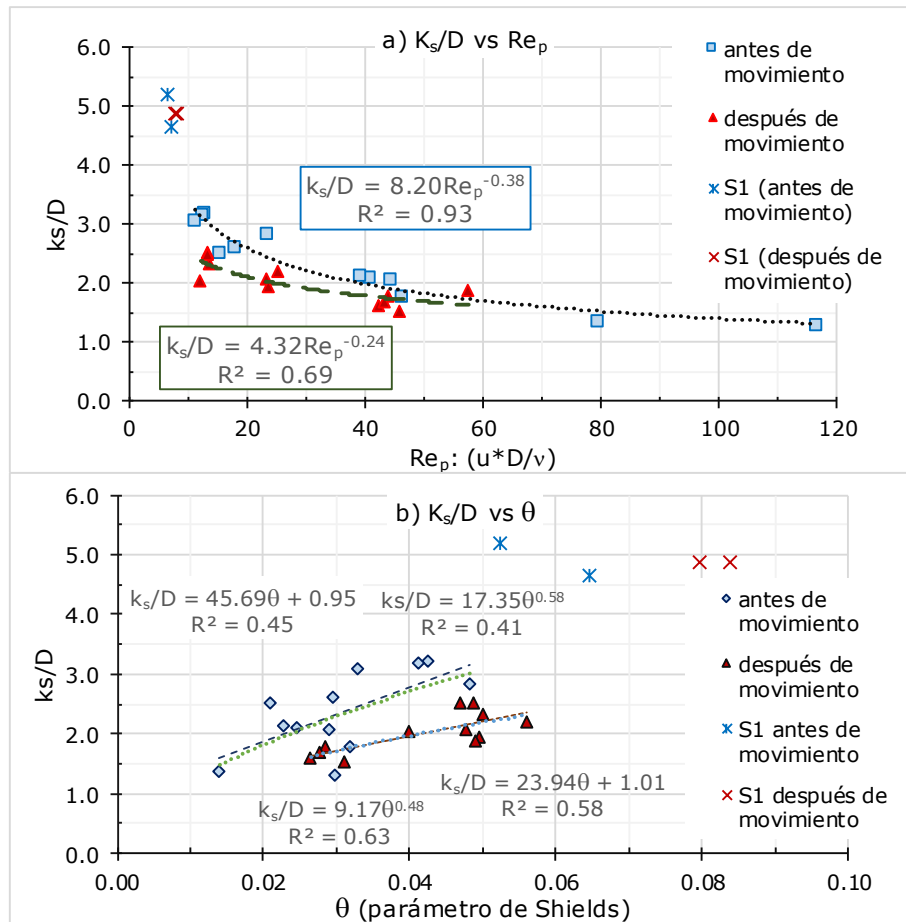


Figura 7. Modelos de regresión obtenidos para el promedio de la rugosidad equivalente (k_s/D) antes y después del inicio de movimiento:
a) k_s/D vs. Re_p ; b) k_s/D vs. θ .

El promedio ponderado de la rugosidad equivalente de fondo (k_s/D), y sus respectivos máximos y mínimos se muestran en la Tabla 4. Con respecto a los promedios antes y después de movimiento, se observa que hay una reducción de k_s/D para los fondos S2, S3 y S4; en tanto que para S5, el resultado k_s/D es prácticamente el mismo antes y

después de movimiento. Sin embargo, como ya se discutió, para el fondo S5, las consideraciones del análisis realizado no son estrictamente válidas (menores correlaciones y regiones de aplicación de la ley logarítmica). Para S2, S3, S4, la reducción de la rugosidad equivalente “después de movimiento” fue de 26, 22 y 16%, respectivamente, comparada con la rugosidad equivalente en condición “antes de movimiento”. Es importante señalar que en investigaciones que tratan el tema de la rugosidad en condiciones de transporte de fondo se concluye que el arrastre de los granos aumenta la rugosidad equivalente del lecho (Van-Rijn, 1982; Camenen *et al.*, 2008). Sin embargo, se subraya que ese aumento de rugosidad equivalente del lecho corresponde a una situación sostenida de arrastre de fondo y que en el caso de las simulaciones realizadas en el presente trabajo k_s/D “después de movimiento” se refiere a un evento inmediato al inicio de movimiento del lecho.

Tabla 4. Rugosidad equivalente de lecho (k_s/D) antes y después de movimiento (valores promedio y rango de los resultados).

Fondo móvil - tamaño	k_s/D : antes de movimiento		k_s/D : después de movimiento	
	Promedio	Mín.-máx.	Promedio	Mín.-máx.
S1 - $D = 0.00038$ m	4.92	4.12-5.47	4.88	4.25-5.56
S2 - $D = 0.00064$ m	3.16	2.42-3.96	2.34	1.60-3.23
S3 - $D = 0.00093$ m	2.65	1.73-3.39	2.08	1.65-2.49

S4 - $D = 0.00168$ m	2.02	1.60-2.34	1.70	1.14 - 2.16
S5 - $D = 0.00318$ m	1.33	0.90-1.93	---	

Discusión

En la Figura 8 (gráfico superior) se muestran los resultados obtenidos en términos de Re_p vs. θ , donde se incluyen ambas condiciones de la simulación (antes y después de movimiento). En la misma figura (gráfico inferior) se muestra el resultado correspondiente a la condición para la cual se observó el inicio de movimiento en cada simulación. Para S5 no se produjo inicio de movimiento; los resultados mostrados en la gráfica inferior de la Figura 8 corresponden al máximo esfuerzo cortante o parámetro de Shields (θ) producido en las tres simulaciones realizadas.

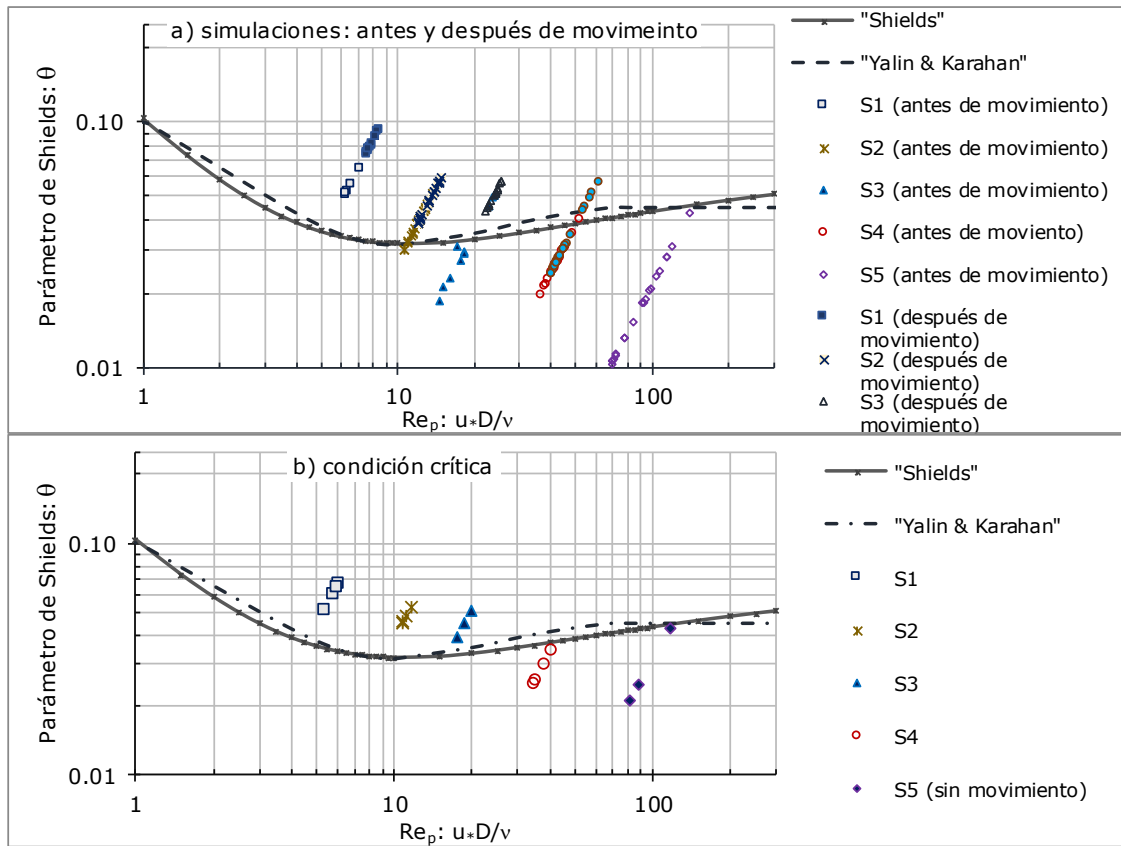


Figura 8. Comparación de los resultados obtenidos con respecto a las curvas de Shields, y Yalin y Karahan: a) resultados antes y después de movimiento; b) inicio de movimiento observado en los experimentos.

Esfuerzos cortantes críticos y por tanto parámetros de Shields mayores a los propuestos por las curvas de Shields, y de Yalin y Karahan fueron obtenidos para S1, S2 y S3; mientras que para S4, los resultados corresponden a esfuerzos de corte menores al teórico calculado según ambas curvas. De acuerdo con el gráfico inferior de la Figura 7, de haberse producido experimentalmente el inicio de movimiento para el fondo S5, la condición crítica se ubicaría por encima

de las curvas referidas, generándose al unir las condiciones críticas una tendencia similar a la de dichas curvas.

Como velocidad media crítica se consideró la correspondiente al último perfil de velocidades, determinado justo antes del inicio de movimiento en cada simulación. En la Tabla 5 se muestran los resultados experimentales (PTV) con respecto a la condición de inicio de movimiento, y las magnitudes de los parámetros críticos teóricos calculados por el criterio de Shields (esfuerzo cortante) y los modelos de Chien y Wan, Goncharov, Levy, así como el de Fuentes y Carrasquel, respectivamente. En los tres modelos de velocidad media crítica se utilizó $k_s = D$ para los cinco lechos móviles analizados. Mientras que para el modelo de Fuentes y Carrasquel, se consideró k_s igual con el resultado observado en la Tabla 4 (antes de movimiento) para S2, S3, S4 y S5, pero para S1 se tomó $k_s = 8.2Re_p^{-0.38}$. El parámetro de Shields (θ) se consideró con respecto a la magnitud teórica según las expresiones de Maza –Alvarez & García-Flores (1984). En el caso del fondo S5 ($D = 3.18$ mm), se incluyen la velocidad media y el esfuerzo cortante máximos medidos experimentalmente, los cuales, como se indicó de manera oportuna, no corresponden al inicio de movimiento sino a condiciones sin movimiento.

Tabla 5. Resultados de PTV y comparación con otros autores.

Fondo móvil - tamaño (m)	Parámetros críticos experimentales	τ_c criterio de	Velocidades medias - inicio de movimiento: U_c (m/s)	
			$k_s = D$	k_s (PTV)

	(PTV)		Shields (N/m ²)				Fuentes & Carrasquel
	U _c m/s	τ _c (N/m ²)		Chien & Wan	Goncharov	Levy	
S1: D = 0.00038	0.234	0.33	0.21	0.235	0.241	0.245	0.242
S2: D = 0.00064	0.285	0.44	0.31	0.263	0.282	0.288	0.280
S3: - D = 0.00093	0.309	0.60	0.47	0.313	0.338	0.336	0.348
S4: D = 0.00168	0.362	0.69	1.02	0.404	0.400	0.400	0.460
S5: D = 0.00318	0.702	1.94	2.36	0.521	0.470	0.472	0.632
*** PTV = máximos medidos experimentalmente sin movimiento observado							

Las velocidades medias críticas experimentales (obtenidas por PTV) para S1 y S2 son cercanas a las calculadas por los cuatro modelos considerados. No obstante, para estos mismos fondos, los esfuerzos cortantes críticos experimentales son mayores a los obtenidos por el modelo de Shields. En los casos S3 y S4, las velocidades críticas calculadas son mayores que las observadas de modo experimental, mientras los correspondientes esfuerzos cortantes experimentales son mayores en el caso S3 y menores para S4. En el lecho S5, aún cuando experimentalmente la máxima velocidad medida es mayor que la calculada por cualquiera de los cuatro modelos considerados, el esfuerzo

cortante que corresponde a esta velocidad máxima (0.703 m/s) es menor que el propuesto por el modelo de Shields. También para esta condición se tiene $Fr > 1$ (ver Tabla 1), en tal combinación velocidad-profundidad, la energía específica del flujo durante el experimento disminuye conforme aumenta la velocidad y decrece la profundidad. El gráfico mostrado en la Figura 9 contiene el comparativo entre los parámetros críticos experimentales y los criterios teóricos considerados contenidos en la Tabla 5.

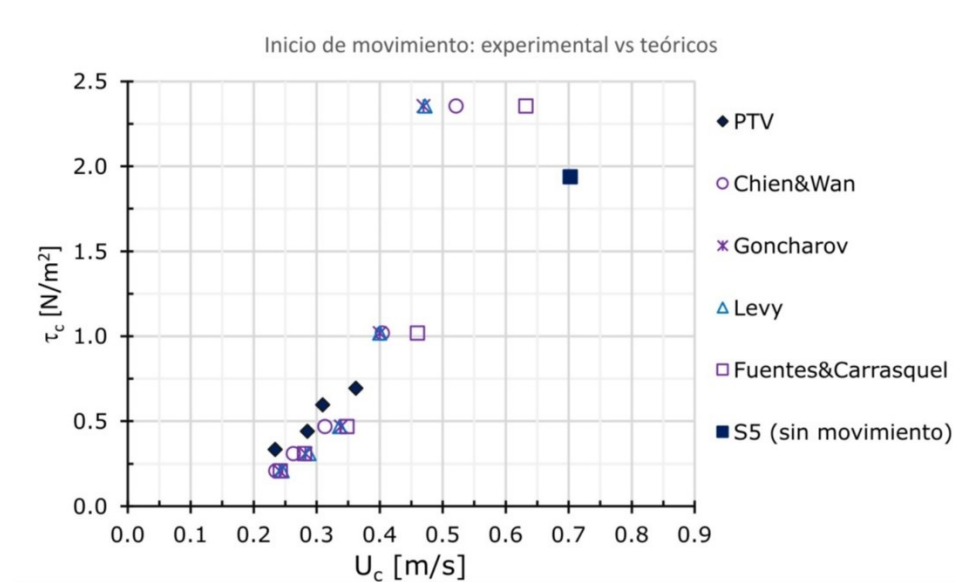


Figura 9. Velocidad media y esfuerzo de corte críticos vs. criterio de Shields (modelos de velocidad crítica: Chien y Wan, Goncharov, Levy, y Fuentes y Carrasquel).

Conclusiones

De acuerdo con los hallazgos encontrados en este trabajo para simulaciones de inicio de movimiento de un fondo móvil generado por un flujo en canal, se tiene que la rugosidad equivalente para un fondo plano, constituido por partículas uniformes no cohesivas, debe considerarse un factor de ponderación mayor a uno, que afecte al tamaño medio de los granos. Además, dicho valor de ponderación es variable con respecto a la clasificación del tamaño de las partículas del fondo móvil, obteniéndose un mayor valor para arenas medias que para aquellas clasificadas como arenas gruesas y gravas finas. La rugosidad equivalente de fondo móvil se analizó con relación al Reynolds de partículas (Re_p) y al parámetro de Shields (θ), obteniéndose, para ambos casos, altos coeficientes de determinación entre los modelos empíricos y los resultados experimentales. Al considerar la diferencia entre las condiciones “antes de movimiento” y “después de movimiento”, se concluye que la respuesta del lecho es, en términos hidráulicos, correspondiente con una pared de menor rugosidad justo después de ser rebasado el estado límite de inicio de movimiento. Se subraya que tal hallazgo responde exclusivamente a situaciones inmediatas después del inicio de movimiento donde el fondo permanece plano.

La magnitud de la rugosidad equivalente, considerada al aplicar criterios de velocidad media crítica, influye en el cálculo de ésta. En el caso de arenas gruesas y gravas finas, se observaron las mayores diferencias entre las velocidades medias críticas calculadas y las medidas experimentalmente con ayuda de la técnica PTV. Para los fondos utilizados en las simulaciones de tales clasificaciones granulométricas, se obtuvo una sobreestimación de la velocidad media crítica cuando se consideró como rugosidad equivalente de fondo al tamaño medio de los granos.

La técnica PTV permitió obtener cantidades considerables de mediciones de velocidad instantánea, a partir de las cuales se pudieron calcular los esfuerzos de Reynolds y perfiles de velocidad promedio, estimándose de manera indirecta el esfuerzo cortante en el lecho móvil del canal. El esfuerzo de corte obtenido, al acotar la región de flujo, con base en la ley logarítmica, es comparable con el logrado a partir de los esfuerzos de Reynolds en condiciones de flujo turbulento y subcrítico. Para régimen supercrítico, el esfuerzo cortante obtenido por los esfuerzos de Reynolds resultó ser un parámetro más congruente con los resultados arrojados con respecto a la condición de no movimiento observado para la grava fina. Cabe señalar que tanto la distancia desde la entrada del canal al depósito de fondo móvil y la longitud física del canal afectaron de forma directa la amplitud de la región turbulenta en la zona de interés.

Al comparar los resultados de esta investigación con los de otros investigadores, se puede recomendar para calcular la rugosidad efectiva el uso de una constante de proporcionalidad (a) entre 1.33 y 4.92,

afectando el diámetro medio del sedimento (D_{50}) de acuerdo con la Tabla 4.

Con base en la discusión antes expuesta, simulaciones similares para un canal de mayor longitud son recomendables en futuros experimentos. Sin embargo, los esfuerzos críticos obtenidos corresponden con el comportamiento típico de las curvas de inicio de movimiento clásicas. Simulaciones como las aquí presentadas pueden realizarse bajo las mismas consideraciones aplicadas, con objeto de inferir la magnitud de la constante de proporcionalidad (a) y el tamaño representativo de los granos del fondo (D), a partir del criterio de inicio de movimiento. Por último, la realización de una serie de experimentos con mezclas de tamaño de partículas no cohesivas (granulometría extendida) serían igualmente recomendables para extrapolar la aplicabilidad de los hallazgos encontrados.

Nomenclatura

β : Constante o función de rugosidad en el perfil logarítmico de velocidades.

b_0 , A : Constantes del modelo de regresión del perfil de velocidades experimental.

- D : Tamaño de partícula representativo (mm).
- D_{35} : Tamaño de partícula mayor al 35% (mm).
- D_{50} : Tamaño de partícula mayor al 50% (mm).
- D_{65} : Tamaño de partícula mayor al 65% (mm).
- D_{90} : Tamaño de partícula mayor al 90% (mm).
- D_{95} : Tamaño de partícula mayor al 95% (mm).
- D_{mn} : Tamaño mínimo de partículas (mm) (máxima abertura de malla).
- D_{mx} : Tamaño máximo de partícula (mm) (mínima abertura de malla).
- g : Aceleración de la gravedad (9.81 m/s^2).
- h : Tirante del escurrimiento (cm).
- k : Constante de von Karman (0.41).
- k_s : Rugosidad de fondo (mm).
- R : Radio hidráulico (mm).
- R_* : Reynolds de rugosidad (adimensional).
- Re_p : Reynolds de partículas (adimensional).
- s : Pendiente de fricción (m/m).
- $S1, S2, S3, S4, S5$: Fondos móviles de diámetro uniforme.
- u : Velocidad media puntual (cm/s).
- u_* : Velocidad de corte (cm/s).
- u' : Variabilidad de la velocidad u (cm/s).
- U_c : Velocidad media crítica (cm/s).

U_x : Velocidad media flujo (cm/s).

v' : Fluctuación de la velocidad v (cm/s).

V_m : Velocidad media en la dirección vertical (cm/s).

y : Altura de flujo (m).

X : Parámetro o función de rugosidad de Einstein (adimensional).

γ_s : Peso específico de las partículas (N/m^3).

ν : Viscosidad cinemática del agua (m^2/s).

θ : Parámetro de Shields (adimensional).

ρ_s : Densidad de las partículas (kg/m^3).

τ_0 : Esfuerzo cortante en el fondo (N/m^2).

τ_c : Esfuerzo cortante crítico (N/m^2).

T : Esfuerzo de Reynolds o esfuerzo cortante (N/m^2).

Referencias

- Ackers, P., & White, W. R. (1973). Sediment transport: New approach and analysis. *Journal of the Hydraulics Division*, 99(11), 204-254.
- Adrian, R. J. (1991). Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 123, 43-56.
- Anthony, D., Wohl, E., Sircoulon, J. H., Herschy, R. W., & Holland, P. G. (1998). Prandtl-von karman equation. In: Herschy R. W., & Fairbridge R. W. (eds.). *Encyclopedia of Hydrology and Water Resources. Encyclopedia of Earth Science* (pp. 524). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

- Best, J., Bennet, S., Brige, J., & Leeder, M. (1997). Turbulence modulation and particle velocities over flat sand beds at low transport rates. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(12), 1118-1130.
- Buffinton, J. M. (1999). The Legend of A. F. Shields. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(4), 376-387.
- Cao, Z., Pender, G., & Men, J. (2006). Explicit formulation of the Shields Diagram for incipient motion of sediment. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(10), 1097-1099.
- Camenen, B., Larson, M., & Bayram, A. (2008). Equivalent roughness height for plane bed under oscillatory flow. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 8 (3), 1-31.
- Chien, N., & Wan, Z. (1998). *Mechanics of sediment transport*. Reston, USA: ASCE Press.
- Dancey, C. L., Diplas, P., Papanicolaou, A., & Bala, M. (2002). Probability of individual grain movement and threshold condition. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(12), 1069-1075.
- Du Boys, M. P. (1879). Le Rhone et les rivieres a lit affouillable. *Mem. Doc., Ponts et chaussées, ser. 5, 18, 112*.
- Einstein, H. A. (1950). The bed load function of sediment transportation in open channel flows. *US. Dept. Agri., Technical bulletin, 1026, 88*.
- Engelund, F., & Hansen, E. (1967). *A monograph on sediment transport in alluvial streams*. Copenhagen, Denmark: Technisk Forlag.

- Fuentes, R., & Carrasquel, S. (1978). *Una ecuación empírica para zonas de transición* (publicación núm. 78-10). Caracas, Venezuela: Laboratorio Nacional de Hidráulica.
- García-Flores, M., & Maza-Álvarez, J. A. (1997). *Inicio de movimiento y acorazamiento. Manual de ingeniería de ríos*. México, DF, México: Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Garde, R. J., Sahay, A., & Bhatnagar, S. (2006). A simple mathematical model to predict the particle size distribution of the armour layer. *Journal of Hydraulic Engineering and Research*, 38(5), 815-821.
- Goncharov, V. N. (1962). *Dinamika rouslovih potokov (Dynamics of channel flow)*. Leningrad, Russia: Gidrometeoizdat.
- Hunziker, R. P., & Jaeggi, M. N. R. (2002) Grain sorting processes. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(12), 1060-1068.
- Kuhnle, R. A. (1993). Incipient motion of sand-gravel sediment mixtures. *Journal of Hydraulic Engineering*, 119(12), 1401-1414.
- Kirkgöz, M. S., & Ardichoglu, M. (1997). Velocity profiles of developing and developed open channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 123(12), 1099-1105.
- Lemmin, U., & Rolland, T. (1997). Acoustic velocity profiler for laboratory and field studies. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(12), 1089-1098.
- Levy, E. E. (1956). *River mechanics*. Moscow, Russia: National Energy Press.

- Lick, W., Jin, L., & Gailani, J. (2004). Initiation of movement of Quartz particles. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(8), 755-761.
- Ling, C.-H. (1995). Criteria for incipient motion of spherical sediment particles. *Journal of Hydraulic Engineering*, 21(6), 472-478.
- Marsh, N. A., Western, A. W., & Grayson, R. B. (2004). Comparison of methods for predicting incipient motion for sand beds. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(7), 616-621.
- Maza-Álvarez, J. A., & García-Flores, M. (1984). *Hidrodinámica, bases para hidráulica fluvial* (pp. 549). Series del Instituto de Ingeniería D-20, México, DF, México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Maza-Álvarez, J. A., & García-Flores M. (1996). Capítulo 10. Transporte de sedimentos. En: *Manual de ingeniería de ríos* (pp. 541). Series del Instituto de Ingeniería. México, DF, México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Meyer-Peter, E., & Muller, R. (1948), Formulas for bed load transport. *Proc. 2nd Meeting, International Association of Hydraulic Engineering and Research*, Stockholm. July 6.
- Nikuradse, J. (1933). Stromungsgesetze in Rauhren Rohren, *VDI Forschungsh.* 361. Traducción al inglés. *NACA Technical Memorandum*, 1292
- Papanicolaou, A. N. (2002). Stochastic incipient motion criterion for spheres under various bed packing conditions. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(4), 369-380.

- Ramesh, R., Datta, B., Bhallamudi, S., & Narayana, A. (2000). Optimal estimation of roughness in open channel flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 126(4), 299-303.
- Salinas-Tapia, H., García-Aragón, J. A., Moreno, D., & Barrientos, B. (2006). Particle Tracking Velocimetry (PTV) Algorithm for non-uniform and non-spherical Particles. *Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA'06), IEEE, Cuernavaca, México*.
- Salinas-Tapia, H. (2007) *Determinación de parámetros para flujo bifásico, sólido-líquido, aplicando técnicas ópticas* (tesis de doctorado). CIRA-Universidad Autónoma del Estado de México.
- Sarmiento, O. A., & Falcon, M. A. (2006). Critical bed shear stress for unisize sediment. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(2), 172-179.
- Shields, A. (1936) *Anwendung der Aechlichkeitsmechanik und der turbulenzforschung auf die Geschiebewegung* (PhD Thesis Technical). University Berlin, Berlin, Germany.
- Smith, D. A. (2004). Initiation of motion of calcareous sand. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(5), 467-472.
- Song, T., & Graf, W. H. (1996). Velocity and turbulence distribution in unsteady open channel flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 122(3), 141-196.
- Van-Rijn, L. (1982) Equivalent roughness of alluvial bed. *Journal of Hydraulic Engineering*, 108(10), 1215-1218.

- Wu, W., & Wang-Sam, S. Y. (1999) Movable bed roughness in alluvial rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(12), 1309-1312.
- Yalin, M. S. & Karahan, E. K. (1979). Inception of sediment transport. *Journal of the Hydraulics Division ASCE*, 105, 1433
- Yang, S. Q., & McCorquodale, J. A. (2004). Determination of boundary shear and Reynolds shear in smooth rectangular channel flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(5), 458-462.